

**Пленингер Максимилиан** – Южный федеральный университет; e-mail: pleninger@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79897471548; техник-проектировщик Лаборатории эпитаксиальных технологий.

**Балакирев Сергей Вячеславович** – e-mail: sbalakirev@sfedu.ru; тел.: +78634371611; к.т.н.; ведущий научный сотрудник Лаборатории эпитаксиальных технологий.

**Солодовник Максим Сергеевич** – e-mail: solodovnikms@sfedu.ru; тел.: +78634371611; к.т.н.; ведущий научный сотрудник Лаборатории эпитаксиальных технологий.

**Pleninger Maximilian** – Southern Federal University; e-mail: pleninger@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79897471548; the design technician of Laboratory of Epitaxial Technologies.

**Balakirev Sergey Vyacheslavovich** – e-mail: sbalakirev@sfedu.ru; phone: +78634371611; cand. of eng. sc.; leading researcher of Laboratory of Epitaxial Technologies.

**Solodovnik Maxim Sergeevich** – e-mail: solodovnikms@sfedu.ru; phone: +78634371611; cand. of eng. sc.; leading researcher of Laboratory of Epitaxial Technologies.

УДК 004.032

DOI 10.18522/2311-3103-2024-5-194-204

**А.Н. Самойлов, Н.Е. Сергеев, С.М. Гушанский, В.С. Потапов****РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ КВАНТОВОЙ ГРАФОВОЙ МОДЕЛИ  
ДЛЯ СЖАТИЯ И РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

*Подробно рассматриваются методы и подходы к применению квантовых алгоритмов для решения задач оптимизации и обработки изображений. Особое внимание уделено квантовой приближённой оптимизации (КПО) и применению квантовых сетей для задач сжатия и реконструкции данных. КПО представляет собой гибри*

A.N. Samoilov, N.E. Sergeev, S.M. Gushanskiy, V.S. Potapov

**DEVELOPMENT AND RESEARCH OF A QUANTUM GRAPH MODEL  
FOR IMAGE COMPRESSION AND RECONSTRUCTION**

*The article discusses in detail the methods and approaches to the application of quantum algorithms for solving optimization and image processing problems. Particular attention is paid to quantum approximate optimization (QAO) and the use of quantum networks for data compression and reconstruction problems. QAO is a hybrid algorithm that combines quantum and classical computational processes, allowing one to efficiently solve complex combinatorial problems. QAO is based on parameterized unitary operations that are optimized during iterations. This approach makes it possible to consider the unique features of the quantum nature of information, which in some cases allows achieving higher performance than when using exclusively classical methods. In the process of implementing QAO, one of the main obstacles remains the problem of noise, which can arise, for example, when using CNOT gates. The article discusses various strategies for reducing the noise level, which is an important task for ensuring the stability and improving the accuracy of quantum algorithms. For example, methods for isolating individual operations and correcting errors are considered, which allows one to minimize the impact of noise on the calculation results and improve the accuracy of quantum optimization. The authors also propose a graph interpretation of quantum models based on the use of tensor networks. This approach allows for efficient simplification of computational graphs, thereby optimizing the resources required to perform complex quantum operations. This method also demonstrates high efficiency in image compression and restoration tasks, which opens up new prospects for the application of quantum networks in data processing. The article describes the structure of quantum networks, including multilayer quantum gates, which allow for deeper and more detailed image processing, providing both efficient compression and high-quality data restoration. An analysis of various types of quantum gates, such as Hadamard, Pauli-X, Pauli-Y, and T-gates, was also conducted. These gates play a key role in the efficiency of quantum algorithms, since each of them contributes to quantum dynamics and the way quantum states are manipulated.*

*Modeling; quantum algorithm; qubit; model of a quantum computer; entanglement; superposition; quantum operator.*

**Введение.** Алгоритмы квантовой приближенной оптимизации [1] (КПО) – это гибридные методы, сочетающие квантовые и классические вычисления для решения комбинаторных оптимизационных задач. Алгоритм работает на основе специальных математических структур, таких как гамильтониан [2] задачи и гамильтониан смесителя. В процессе работы КПО применяются две параметризованные унитарные операции  $U(\theta, \gamma)$  и  $U(\theta, \beta)$ , последовательно действующие на начальные квантовые состояния  $U(\gamma) = \exp(-i\gamma)$  и  $U(\beta) = \exp(-i\beta)$ . Параметры этих процессов инициализируются случайным образом и обновляются после нескольких итераций с помощью классических методов оптимизации. Процесс повторяется с обновленными параметрами для приближения к оптимальному решению оптимизационной задачи.

В литературе также обсуждались методы уменьшения влияния шума на производительность КПО и других гибридных квантово-классических алгорит

сти  $A$  квантовых состояний  $\psi$ . Подготовленное квантовое состояние  $\psi$  вводится в сеть сжатия  $U$  для получения квантового состояния в нижнем  $d$ -мерном пространстве. При этом измеряется выходное состояние  $U$ , вычисляется градиент параметров в соответствии с функцией потерь, и оптимизатор возвращает оптимальные параметры  $U$ . Квантовое состояние в  $d$ -мерном пространстве вводится в сеть реконструкции  $U$  и получается выходное состояние  $\Psi$  в многомерном пространстве; процесс обучения параметров для  $U$  такой же, как и для  $U$ . Вероятность  $B$  выходного состояния [5] в сети реконструкции преобразуется в классические данные изображения  $x$  для выполнения реконструкции изображения [6].

**2. Слияние изображений с использованием квантовых сетей.** Сжатие и восстановление изображений с помощью квантовых сетей [7] можно разделить на две независимые сети, которые можно представить как сеть квантового сжатия  $UC$  и сеть квантовой реконструкции  $UR$ . Целью сети сжатия является сжатие запутанных состояний в  $d$ -мерном гильбертовом пространстве с достаточно высокой точностью ориентации для достижения квантового сжатия состояний. Цель сети реконструкции – восстановить квантовые состояния в  $d$ -мерном гильбертовом пространстве в  $n$ -мерном гильбертовом пространстве, не приближая точность состояний к 100%. Процесс реконструкции может быть обратным процессу сжатия. В частности, сеть реконструкции  $UR$  может представлять собой комбинацию квантовых ворот сети сжатия, соединенных в обратном порядке, так что параметры сети необходимо заново изучать. Это связано с тем, что обратная сеть сжатия  $UC$ ,  $U^{-1}$ , может быть напрямую использована в качестве сети реконструкции  $UR$  ( $UR = U^{-1}$ ) только в том случае, если ошибки в сети сжатия малы. Если же ошибка не равна почти нулю, то целесообразнее использовать переобученную реконструированную сеть. Структуры схем являются гибкими, что облегчает проектирование сложных квантовых схем и обеспечивает масштабируемость квантовых вычислений. Идеальные многопортовые оптические интерферометры без потерь используются для преобразования между  $N$ -мерными векторными пространствами, которые могут быть описаны  $N \times N$  унитариями.

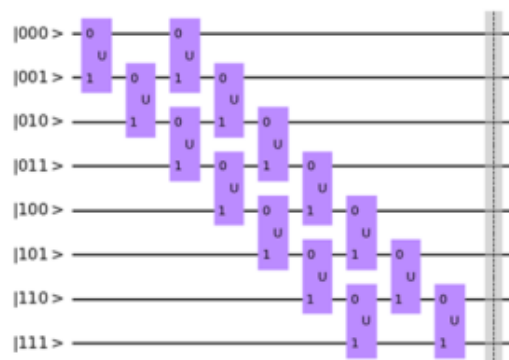


Рис. 2. Структура квантовой сети. В каждом слое этой квантовой сети  $U_{(k,k+1)}$  квантовых гейтов соединены в порядке серого кода; количество квантовых гейтов  $U$  в слое равно  $N - 1$

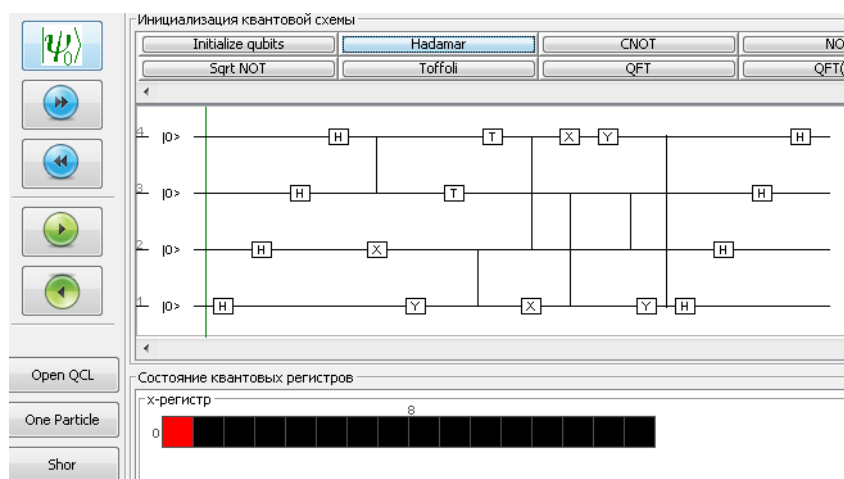
Основная задача квантовой сети – узнать параметр отражения  $\theta$  всех допустимых квантовых ворот. Конкретные наборы данных выбираются для онлайн-обучения с помощью моделирования, а реальная физическая реализация может быть установлена в подходящем формате.

**3. Графовая интерпретация квантовой модели для исключения гейтов в квантовых схемах.** Разработанный алгоритм основан на тензорном сокращении сети, в которой ширина графа [12] будет доминирующим фактором в определении временной и вычислительной сложности. Алгоритм подразумевает выполнение следующего набора этапов:

1. Построить упрощенный неориентированный граф;
2. Разделить всю задачу на многие подзадачи, сохранив время работы каждой подзадачи как можно короче;

Основная идея состоит в том, чтобы удалить самые дорогостоящие узлы, распараллелив их значения.

3. Используем эту оценку, чтобы определить эффективный порядок устранения остальных узлов в каждой подзадаче.



Рассмотрим неориентированную графовую модель, которая также используется в алгоритме. Для любой квантовой схемы  $C$  амплитуда конкретной битовой строки  $x$ ,  $\langle x|C|0...0\rangle$ , задается формулой

$$\langle x|C|0...0\rangle = \langle x|C_d...C_2C_1|0...0\rangle, \quad (1)$$

где  $C_d...C_2C_1$  – унитарные матрицы, соответствующие тактовым циклам 1, 2 и  $d$ , соответственно. Можно дополнительно разложить формулу как

$$\langle x|C|0...0\rangle = \langle x|C_d...C_2C_1|0...0\rangle = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{d-1} \in \{0,1\}^N} \langle x|C_d|i_{d-1}\rangle \dots \langle i_2|C_2|i_1\rangle \langle i_1|C_1|0...0\rangle. \quad (2)$$

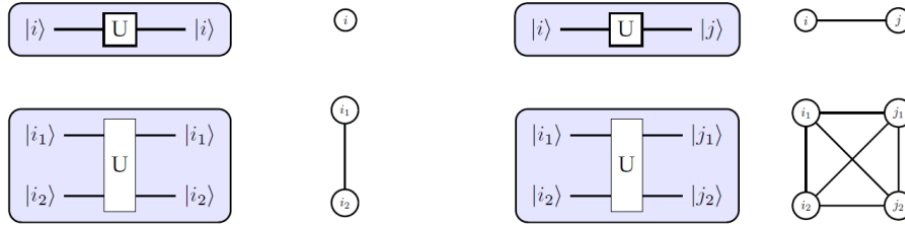
Например, рассмотрим схему с  $N = 4$  кубитов и глубиной  $d = 8$ , как показано на рис. 3. Определенное количество и расположение дублирующих квантовых гейтов в некоторых ветвях [14] необходимо для демонстрации процедуры исключения переменных, вершин графа (элементов квантовой схемы) при выполнении редукции. Стоит также отметить, что степень редукции графа (элементов квантовой схемы) напрямую зависит от наполнения квантовой схемы и расположения ее гейтов.

Квантовые алгоритмы и квантово-физические процессы являются довольно перспективной и быстрорастущей областью научных исследований. Во многих из алгоритмов используется практически один и тот же набор квантовых гейтов для реализации их работы лишь с некоторыми вариациями гейтов. В работе отражен конкретный набор квантовых гейтов, который проиллюстрирован в квантовой схеме [15] (гейты Адамара, X, Y и T). Этот набор является необходимым и достаточным благодаря произведенному подробному анализу базы существующих квантовых алгоритмов и процессов. Это помогло выявить процентное соотношение использования тех или иных квантовых гейтов, участвующих в работе конкретных квантовых алгоритмов [16] или процессов. Not (10%), CNot (15%), CCNot (10%), Hadamard (75%), Паули

Рассмотрим суммирование в (3), выполняющееся по семи 4-битным строкам  $i_1, \dots, i_7$ . Поскольку  $T$  и  $CZ$  являются диагональными матрицами [17], члены суммирования которых появятся только в том случае, если  $i_1^{(1,2)} = i_2^{(1,2)}$ ,  $i_2 = i_3$ ,  $i_3^{(1,2,3)} = i_4^{(1,2,3)}$ ,  $i_4^{(2,3,4)} = i_5^{(2,3,4)}$ ,  $i_5^{(2,3)} = i_6^{(2,3)}$  и  $i_6 = i_7$ . Рассматривая диагональные гейты таким образом, резко сокращается общее число членов от  $2^{28}$  до  $2^{10}$ .

Сформулируем вышеприведенную процедуру на языке неориентированных графовых моделей. Учитывая последовательности индексов в (2), построим граф  $G$ , где две вершины связаны ребром, если на них действует оператор.

Не все вершины графа подлежат редукции. Граф можно упростить, если тензорные операторы оказываются диагональными. Например, если узлы  $u$  и  $v$  связаны однокубитовым [18] диагональным гейтом, то один член в интеграле траектории Фейнмана может остаться в графе только тогда, когда соответствующая маркировка, которую мы выбираем, удовлетворяет  $u = v$ . Поэтому два узла  $u$  и  $v$  можно объединить вместе. Аналогично, тензоры на левой стороне (выделены фоном) соответствуют своим графовым интерпретациям [19] справа.



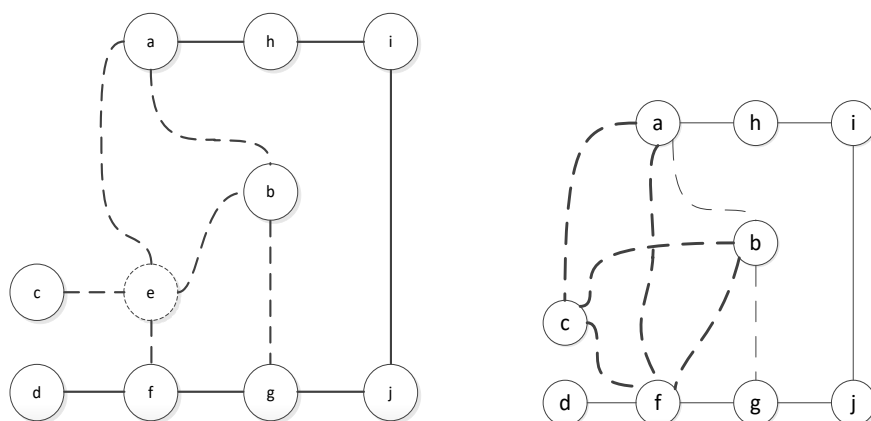


Рис. 5. Распараллеливание путем фиксации значения узла

Начальная неориентированная графовая модель показана слева. Фиксация значения узла «с» не помогает значительно упростить граф. Вместо этого значение узла «е» значительно упрощает граф. С другой стороны, оценка неориентированного графа с использованием только этой стратегии была бы крайне неэффективной по сравнению с реализованным алгоритмом. Общая стратегия – удалить  $t$  вершин графа таким образом, чтобы, по существу, разделить задачу оценки графа на  $2^t$  подзадач, представляющих собой набор вершин неориентированной графовой модели.

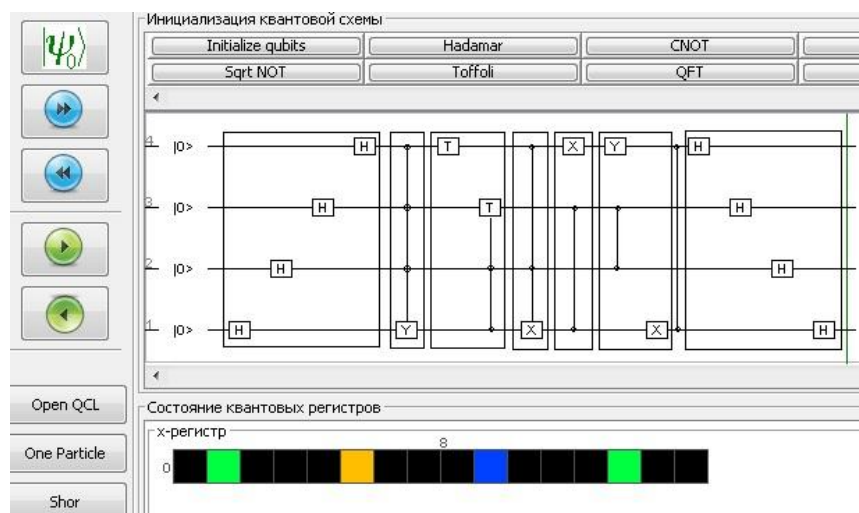


Рис. 6. Квантовая схема  $C$ , полученная путем редукции графовой модели

Затем происходит выполнение каждой подзадачи, используя базовый алгоритм. Конечно, это действует только в том случае, если стоимость оценки полученного графа в значительной степени ниже стоимости оценки исходного графа. Далее можно произвести оптимизацию вычислительных процессов в квантовой области с помощью трансляции редуцированного графа в квантовую схему. Каждый такт работы квантовой схемы выделен в отдельную область.

**Набор данных и настройка параметров.** Используем Matlab для моделирования процесса квантового алгоритма [21], выполняемого на классическом компьютере. Сначала выбираем 25 бинарных изображений и задаем основные параметры сети. В процессе обучения настраиваем параметры сети в соответствии с эффектами сжатия и реконструкции изображений, включая количество слоев квантовой сети и скорость обучения [22].

Наконец, минимальные значения LC и LR почти равны 0, что означает, что обучение носит практический характер. При этом точность реконструкции обучения достигает 97,75%. Данные о сжатии и реконструкции могут быстро сходиться к целевому значению. На рис. показан процесс обновления  $\theta$ , где конечные параметры стабильны, градиент падает до 0, а параметр  $\theta$  находится в пределах  $[0, 2\pi]$ . Используя ту же структуру масштабной сети (словарь  $16 \times 16$ ) для того же набора данных, сравнили CSC на основе алгоритмов SVD с алгоритмом на основе QN.



Рис. 7. Процесс обучения сжатию и реконструкции изображений: а – входное двоичное изображение в размерности  $4 \times 4$  ( $x, 0, 1, M = 25$ ). Эти изображения необходимо закодировать как амплитуды 3-кубитных состояний. б – результаты реконструкции изображения

В частности, в CSC можем использовать вектор разреженного кодирования [23] с и словарь  $D$  для выражения входного сигнала  $y$ , обозначаемого как  $y = Ds$ . Можем увидеть сравнение потерь обучения, как показано на рис. 5. Таким образом, наш алгоритм на основе QN в определенной степени имеет лучшее квантовое превосходство, чем алгоритм на основе CSC. Аналогично, по сравнению с другими квантовыми алгоритмами, преимущества предложенной нами структуры квантовой сети могут быть существенно отражены. На рис. 8 изображена разработанная модель квантового вычислительного устройства и результат выполнения квантового алгоритма преобразования набора пикселей. Данная программная разработка является offline десктопной вычислительной системой с открытой архитектурой, однако в дальнейшем планируется ее трансляция в online режим. Процесс измерения заключается в разыгрывании числа случайного характера из промежутка  $[0, 1]$ . При попадании значения в интервал  $[0, |c_1|^2]$  выходным значением измерительного процесса является базисное состояние бра вектора 0, в противном случае (интервал  $[|c_1|^2, 1]$ ) – квантовое состояние бра вектора 1.

рамках комплексных амплитудных квантовых состояний. Разработанная модель квантового вычислителя обладает рядом важных характеристик: модульность, библиотечный набор, исходное количество гейтов, возможность добавления гейтов, редуцированная матрица состояний, поддержка платформ Windows/Linux, редактор квантовой схемы, задание входных значений кубит, числовой вывод вероятностей/амплитуд кубита [25], таблица цветов вероятностей/амплитуд состояний кубит, автоматический режим, пошаговый режим, моделирование физических процессов, матричное математическое ядро, нет ограничения на количество кубит, сохранение/загрузка программы/схемы/алгоритма, сохранение результатов вычислений, загрузка и продолжение вычислений, открытая архитектура, отработанные примеры, документация. Разработка архитектуры вычислителя подразумевает под собой разработку структуры программы, которая включает разбиение структуры на программные компоненты и разработку схемы взаимодействия между этими компонентами с помощью доступных снаружи свойств и методов этих компонентов.

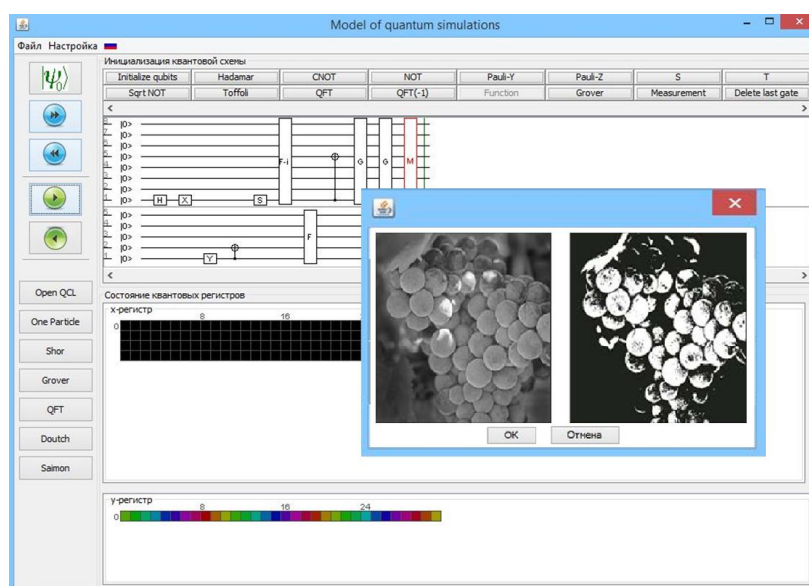


Рис. 8. Модель квантового вычислительного устройства

**Заключение.** В данной работе на основе классического алгоритма сжатия и реконструкции изображений создан соответствующий квантовый алгоритм, использующий квантовые состояния в качестве носителей информации об изображении. Сжатие и реконструкция изображения осуществляется с помощью квантовой сети сжатия и реконструкции. Реконструированные квантовые состояния [8] разлагаются на классическую информацию, и, наконец, выполняется сжатие и реконструкция классической информации изображения. Результаты моделирования полностью подтверждают эффективность и превосходство алгоритма сжатия и реконструкции изображений с помощью квантовых сетей: Реальная квантовая сеть с  $\alpha = 0$

тельно применены к общей квантовой визуализации, основанной на проектировании оптических квантовых схем. Алгоритм на основе  $qN$  – это алгоритм квантовой визуализации, основанный на разработке оптических квантовых схем. Представлены результаты реализации и моделирования с использованием квантового компьютера.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Farhi E., Goldstone J., and Gutmann S. A quantum approximate optimization algorithm, *arXiv preprint arXiv:1411.4028*, 2014.
2. Cerezo M., Arrasmith A., Babbush R., Benjamin S., Endo S., Fujii K., McClean J., Mitarai K., Yuan X., Cincio L., et al. Variational quantum algorithms, *arXiv preprint arXiv:2012.09265*, 2020.
3. Linke N.M., Gutierrez M., Landsman K.A., et al. Fault-tolerant quantum error detection, *Science Advances*, 2017, 3(10): e1701074. Available from: <https://doi.org/10.1126/sciadv.1701074>.
4. Vuillot C. Is error detection helpful on IBM 5q chips?, *Quantum Information and Computation*, 2018, Vol. 18, No. 11-12, pp. 0949-0964.
5. Barron G. and Wood C. Measurement error mitigation for variational quantum algorithms, *arXiv preprint arXiv:2010.08520*, 2020.
6. Endo S., Benjamin S., and Li Y. Practical quantum error mitigation for near-future applications, *Physical Review X*, 2018, 8 (3):031027.
7. Endo S., Cai Z., Benjamin S., and Yuan X. Hybrid quantum-classical algorithms and quantum error mitigation, *Journal of the Physical Society of Japan*, 2021,

24. Boneh D., Zhandry M. Quantum-secure message authentication codes, *Proceedings of Eurocrypt*, 2013, pp. 592-608.
25. Potapov V., Gushansky S., Guzik V., Polenov M. Architecture and Software Implementation of a Quantum Computer Model, *Advances in Intelligent Systems and Computing*. Springer, 2016, Vol. 465, pp. 59-68.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Г.В. Куповых.

**Самойлов Алексей Николаевич** – Южный федеральный университет; e-mail: [asamoylov@sfedu.ru](mailto:asamoylov@sfedu.ru); г. Таганрог, Россия; тел.: 88634371656; кафедра вычислительной техники; к.т.н.; доцент.

**Гушанский Сергей Михайлович** – e-mail: [smgushanskiy@sfedu.ru](mailto:smgushanskiy@sfedu.ru); тел.: 88634371656; кафедра вычислительной техники; к.т.н.; доцент.

**Сергеев Николай Евгеньевич** – e-mail: [nesergeev@sfedu.ru](mailto:nesergeev@sfedu.ru); тел.: 88634371656; кафедра вычислительной техники; д.т.н.; профессор.

**Потапов Виктор Сергеевич** – e-mail: [vitya-potapov@rambler.ru](mailto:vitya-potapov@rambler.ru); тел.: 88634371656; кафедра вычислительной техники; ассистент.

**Samoilov Alexey Nikolaevich** – Southern Federal University; e-mail: [asamoylov@sfedu.ru](mailto:asamoylov@sfedu.ru); Taganrog, Russia; phone: +78634371656; the Department of Computer Engineering; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Gushanskiy Sergey Mikhailovich** – e-mail: [smgushanskiy@sfedu.ru](mailto:smgushanskiy@sfedu.ru); phone: +78634371656; the Department of Computer Engineering; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Sergeev Nikolay Evgeniev**