14. Shrestha A., Mahmood A. Review of Deep Learning Algorithms and Architectures, *IEEE Access*, 2019.
15. Calude C.S., Heidari S., Sifakis J. What perceptron neural networks are (not) good for?, *Information Sciences*, 2023, Vol. 621.
16. Yamazaki K., Vo-Ho V.-K., Bulsara D., Le N. Spiking Neural Networks and Their Applications: A Review, *Brain Sci.*, 2022, Vol. 12.
17. Bakhshiev A.V., Demcheva A.A. Segmentnaya spaykovaya model' neyrona [Segmental spiking neuron model], *Izvestiya vuzov. PND [Izvestiya VUZov. Applied Nonlinear Dynamics]*, 2022, Vol. 30, No. 3, pp. 299-310.
18. Kuz'min M.I., Tamm A.Yu., Prokhorenkova I.G. Razrabotka metodiki modelirovaniya zubchatogo zatsepleniya volnovogo reduktora s primeneniem MKE [Development of a Methodology for Modeling Gear Engagement of Harmonic Reducer Using FEM], *Ekstremal'naya robototekhnika [Extreme Robotics]*, 2024, NO. 1 (34), pp. 376-386.
19. Korsakov A.M., Astapova L.A., Bakhshiev A.V. Primenenie segmentnoy spaykovoy modeli neyrona so strukturnoy adaptatsiyey dlya resheniya zadach klassifikatsii [Application of segmental spiking neuron model with structural adaptation for classification tasks], *Informatika i avtomatizatsiya [Informatics and Automation]*, 2022, Vol. 21, No. 3. pp 493-520.
20. Bakhshiev A.V., Korsakov A.M., Astapova L.A., Stankevich L.A. Strukturnaya adaptatsiya segmentnoy spaykovoy modeli neyrona [Structural adaptation of segmental spiking neuron model]. Institut prikladnoy fiziki Rossiyskoy akademii nauk, 2021.
21. Kingma D.P., Ba J. Adam: A Method for Stochastic Optimization, *arXiv:1412.6980 [cs]*. arXiv, 2017.

Тамм Александр Юрьевич – Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики; e-mail: a.tamm@rtc.ru; г. Санкт-Петербург, Россия; тел.: +79315352707; руководитель научно-исследовательского центра.

Барымова Елизавета Андреевна – Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики; e-mail: e.barymova@rtc.ru; г. Санкт-Петербург, Россия; тел.: +79114660782; математик.

Кузьмин Марк Игоревич – Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики; e-mail: kuzmin-mark@bk.ru; г. Санкт-Петербург, Россия; тел.: +79523674674; инженер.

Tamm Alexander Yurievich – Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics; e-mail: a.tamm@rtc.ru; Saint-Petersburg, Russia; phone: +79315352707; head of scientific and research department.

Barymova Elizaveta Andreevna – Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics; e-mail: e.barymova@rtc.ru; Saint-Petersburg, Russia; phone: +79114660782; mathematician.

Kuzmin Mark Igorevich – Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics; e-mail: kuzmin-mark@bk.ru; Saint-Petersburg, Russia; phone: +79523674674; engineer.

УДК 007:51

DOI 10.18522/2311-3103-2025-2-193-201

Ф.А. Хуссейн, В.А. Костюков**ГИБРИДНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ МНОГОАГЕНТНОЙ ЗАДАЧИ
КОММИВОЯЖЁРА**

Рассматривается проблема распределения задач в многоагентной системе, где каждый агент представляет собой робота, а каждая задача представляется позицией, которая должна быть посещена одним агентом. Эта задача очень похожа на многоагентную задачу коммивояжёра, которая в отличие от знаменитой задачи коммивояжера, задействует несколько коммивояжеров, которые посещают заданное количество городов ровно один раз и возвращаются в исходное положение с минимальными затратами на поездку. Поэтому проводится анализ многоагентной задачи коммивояжёра как представителя задачи целераспределения. Многоагентная задача коммивояжера является важной для области оптимизации маршрутов и распределения задач между несколькими агентами. Она включает в себе две различные, однако, взаимосвязанные под-

задачи: распределение городов между агентами и определение порядка посещения городов каждым агентом. В литературе существуют три концепции решения этой проблемы относительно решения ее двух составляющих подзадач: оптимизационная концепция, где обе подзадачи решаются одновременно; концепция Cluster-First, Route-Second – где сначала решается вопрос о назначении задач каждому коммивояжеру, а потом – вопрос о порядке посещения пунктов назначения для каждого коммивояжера; концепция Route-First, Cluster-Second – где сначала решается вопрос о порядке посещения пунктов назначения, а затем происходит разделение этого цикла между агентами без изменения порядка посещения. В этой работе предлагается гибридный подход к решению многоагентной задачи коммивояжера, который объединяет идеи двух известных концепций: Cluster-First, Route-Second и Route-First, Cluster-Second чтобы получить их позитивные аспекты и избавиться от их негативных сторон. Для оценки эффективности разработанного метода было проведено сравнительное исследование. Оценка результатов осуществлялась на основе трех ключевых критериев: вычислительного времени получения решения многоагентной задачи коммивояжера, суммарной длины пройденных маршрутов коммивояжерами и максимальной длины маршрута среди них. Анализ экспериментальных данных показал, что при использовании предложенного метода максимальная длина пути среди пройденных агентами маршрутов (дисбаланс нагрузки) уменьшается в среднем на 26%.

Задача мульти коммивояжера; распределение задач; целераспределение; многоагентные системы; централизованное управление; групповое управление.

F.A. Houssein, V.A. Kostyukov

HYBRID METHOD FOR SOLVING THE MULTI-AGENT TRAVELING SALESMAN PROBLEM

In this research work, the problem of task allocation in a multi-agent system is considered, where each agent is a robot, and each task is represented by a position, which should be visited by one agent. This problem is very similar to the multi-agent traveling salesman problem, which, unlike the famous traveling salesman problem, involves several traveling salesmen who visit a given number of cities exactly once and return to the starting position with minimal travel costs. Therefore, the multi-agent traveling salesman problem is analyzed as a representative of the task allocation problem. The multi-traveling salesman problem is important for the field of route optimization and task allocation between several agents. It includes two different, but interrelated subproblems: distribute cities among agents and determine the order in which each agent visits cities. In the literature, there are 3 concepts for solving this problem with respect to solving its two constituent subproblems: the optimization concept, where both subproblems are solved simultaneously; The Cluster-First, Route-Second concept is where the question of which tasks to assign to which salesman is first decided, and then the question of the order in which each salesman solves his tasks is decided; The Route-First, Cluster-Second concept is where the question of the order in which tasks should be visited is first decided, and then this cycle is divided between agents without changing the order of visits in order to answer the question of which tasks each agent takes on. This paper proposes a hybrid approach to solving the multiple traveling salesman problem (mTSP), which combines the ideas of two well-known concepts: "First clustering, then routing" and "First routing, then clustering" in order to obtain their positive aspects and get rid of their weaknesses. To evaluate the effectiveness of the developed method, a comparative study was conducted using the classical method for solving the multi-traveling salesman problem. The results were evaluated based on three key criteria: the computational time to obtain a solution to the multi-travelling salesman problem, the total length of the routes travelled by the salesmen, and the maximum route length among them. The analysis of the experimental data showed that when using the proposed method, the maximum path length among the routes travelled by the agents (load imbalance) is reduced by an average of 26%.

Multi-travelling salesman problem; task distribution; goal allocation; multi-agent systems; centralized control; group control.

Введение. Основная идея распределения задач заключается в том, чтобы при заданном наборе задач N_i и множестве агентов N_u найти такое бесконфликтное распределение задач между агентами, которое обеспечивает максимальное значение некоторого глобального критерия качества. Каждый агент может выполнять не более L_i задач, и процесс распределения считается завершенным, когда назначено $N_{min} \triangleq \min\{N_i, N_u * L_i\}$ задач. Если каждая задача назначена только одному агенту, то такое распределение считается бесконфликтным. Предполагается, что глобальный критерий качества представляет собой

сумму локальных критериев, каждый из которых зависит от набора задач, назначенных конкретному агенту. Данная задача распределения может быть формализована в виде целочисленной (возможно, нелинейной) модели с бинарными переменными x_{ij} , где x_{ij} указывает, назначена ли задача j агенту i :

$$\max \sum_{i=1}^{N_u} (\sum_{j=1}^{N_t} c_{ij}(X_i, P_i) x_{ij}), \quad (1)$$

при условии:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_t} x_{ij} &\leq L_t, \forall i \in I, \\ \sum_{i=1}^{N_u} x_{ij} &\leq 1, \forall j \in J, \\ \sum_{i=1}^{N_u} \sum_{j=1}^{N_t} x_{ij} &= N_{min} \triangleq \min \{N_t, N_u * L_t\}, \\ x_{ij} &\in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in I \times J, \end{aligned}$$

где $x_{ij} = 1$ если агенту i назначена задача j , $X_i \in \{0, 1\}^{N_t}$ – вектор, в котором j -й элемент является x_{ij} , I – набор индексов агентов $I \triangleq \{1, \dots, N_u\}$, J – набор индексов задач $J \triangleq \{1, \dots, N_t\}$, P_i – вектор, представляющий упорядоченную последовательность задач для агента i $P_i \in (J \cup \{\emptyset\})^{L_t}$, его k -й элемент равен j если i -й агент выполняет j -ю задачу в k -ой точке цепочки задач.

Сумма в скобках в формуле (1) представляет локальное вознаграждение для i -го агента. Предполагается, что функция оценки удовлетворяет условию $c_{ij}(X_i, P_i) \geq 0$, т.е. может быть любой неотрицательной функцией либо назначения X_i , либо пути P_i (обычно не является функцией обоих).

Когда каждый агент должен выбирать актуальную для выполнения задачу из набора несколько задач, возникает не только проблема оптимального распределения задач между агентами, но и нахождения оптимальной последовательности выполнения задач для каждого агента. Таким образом проблема множественного распределения задач сводится к многоагентной задаче коммивояжера (МКВ) (Multiple Travelling Salesman Problem, MTSP).

В зависимости от целевой функции различают следующие разновидности МКВ:

♦ **MinSum МКВ:** в этом варианте МКВ целевая функция заключается в минимизации суммы затрат на поездку всех агентов. Формально вариант MinSum моделируется как:

$$\min_{Tour_i \in TOURS} (\sum_{i=1}^m C(Tour_i)), \quad (2)$$

при условии : $Tour_i \cap Tour_j = \emptyset, \forall i \neq j, i \leq 1, j \leq m$,

где i, j – номер коммивояжера, $Tour_i$ – маршрут i -го коммивояжера, m – количество коммивояжеров задачи, $TOURS$ – совокупность всех возможных туров. $C(.)$ – функционал качества (длина маршрута).

♦ **MinMax МКВ:** в этом варианте целевая функция есть стоимость самого длинного маршрута (например, с точки зрения расстояния или времени) среди всех маршрутов коммивояжеров. Этот случай широко используется в исследованиях, посвященных, например, сокращению времени выполнения миссии и балансировке нагрузки между агентами. Формально говоря, этот вариант моделируется так:

$$\min_{Tour_i \in TOURS} (\max_{j \in 1 \dots m} C(Tour_j)), \quad (3)$$

при условии : $Tour_i \cap Tour_j = \emptyset, \forall i \neq j, i \leq 1, j \leq m$,

♦ **MinSum & MinMax (многоцелевая) МКВ:** в этом варианте целевая функция состоит из двух предыдущих функционалов качества.

В данной работе применяются оба критерия – MinSum и MinMax, поскольку использование только MinSum может привести к ситуации, когда несколько коммивояжеров посещают всего один город, а оставшиеся города посещает один коммивояжёр. С другой стороны, использование только MinMax может привести к чрезмерно длинному общему маршруту.

МКВ включает две взаимосвязанные подзадачи:

- ♦ распределение задач (городов) между коммивояжёрами;
- ♦ определение порядка выполнения задач (посещения городов) в рамках маршрута каждого коммивояжёра.

В научной литературе выделяются три основные концепции решения задачи МКВ, которые различаются подходом к решению соответствующих подзадач.

1. Концепция одновременной оптимизации: обе подзадачи решаются одновременно.
2. Концепция "Сначала кластеризация, затем маршрутизация" (Cluster-First, Route Second, CFRS): сначала задачи распределяются между коммивояжёрами, а затем для каждого из них строится оптимальный маршрут (МКВ сводится к нескольким задачам коммивояжёра).
3. Концепция "Сначала маршрутизация, затем кластеризация" (Route-First, Cluster Second, RFCS): сначала строится общий маршрут для всех задач, который затем разделяется между коммивояжёрами (МКВ сводится к одной задаче коммивояжёра).

Обзор литературы. В рамках первой концепции решения МКВ обе её подзадачи решаются одновременно. Алгоритмы или метаэвристические методы, применяемые в этой концепции, одновременно определяют, какому коммивояжёру назначить конкретную задачу и в каком порядке эта задача будет выполняться в рамках маршрута выбранного коммивояжёра.

Концепция одновременной оптимизации включает множество методов, которые можно разделить на несколько подходов: детерминированные, метаэвристические, рыночные и другие. Например, в работе [1] задача МКВ с неоднородными транспортными средствами была решена с использованием точного алгоритма. Авторы сначала предложили формулировку задачи в виде целочисленного линейного программирования (ILP), а затем разработали адаптивный алгоритм ветвления и границ, который позволил найти субоптимальное решение за 300 секунд для примера с 100 целями и 5 транспортными средствами. В другом исследовании [2] для оптимального решения МКВ использовалось программирование с ограничениями (CP), включающее глобальные ограничения, интервальные переменные и алгоритмы фильтрации доменов. Однако этот подход оказался вычислительно затратный, так как время решения превысило два часа для примера с 51 городом и 3 коммивояжёрами.

Авторы [3, 4] предложили решения МКВ с использованием генетического алгоритма, они сравнили шесть различных операторов кроссовера, а именно циклический кроссовер (CX), частично согласованный кроссовер, упорядоченный кроссовер (OX), кроссовер рекомбинации ребер (ERX), кроссовер с чередованием позиций (AEX), последовательный конструктивный кроссовер (SCX).

Авторы в [5] смоделировали задачу целераспределения для нескольких беспилотных подводных аппаратов как МКВ. Решение направлено на минимизацию общего пройденного расстояния и общего угла поворота, что приводит к минимизации энергопотребления аппаратов. Предлагаемое решение состоит из двух этапов. Во-первых, решение определяет количество целей, которые будут назначены каждому аппарату. Затем для решения многокритериальной МКВ был использован предложенный метод Multiple Ant Colonies System (MACS). Экспериментальные результаты доказали, что предлагаемая система превосходит классическую систему АСО.

Отмечено, что концепция, основанная на оптимизации, способна найти оптимальное решение, но с большими временными затратами.

Вторая концепция предполагает двухэтапный подход к решению МКВ. На первом этапе города распределяются между коммивояжёрами (этап кластеризации). На втором этапе для каждого коммивояжёра определяется оптимальный порядок посещения городов, чтобы минимизировать заданный критерий качества.

Таким образом, данная концепция разбивает задачу МКВ на несколько отдельных задач коммивояжёра (КВ), используя методы кластеризации для сокращения пространства поиска решений [6–8]. Во многих работах предлагается двухэтапный подход для повышения эффективности эвристических алгоритмов при решении крупномасштабных задач МКВ. Одним из первых исследований, предложивших использование методов кластеризации для решения МКВ, стала работа авторов [9]. Они применили схему аттрактора соседства в сочетании с различными эвристическими алгоритмами, включая алгоритм сжатия и методы эволюционных вычислений. Полученные комбинации были протестированы на

трёх различных задачах, и результаты положили начало новому направлению в исследованиях МКВ. С тех пор в ряде работ были разработаны подходы, объединяющие алгоритмы кластеризации с одним или несколькими эвристическими методами оптимизации.

Обнаружено, что концепция CFRS существенно уменьшает время расчета решения за счет разделения задач на несколько более простых задач, однако, данная концепция не имеет конкретного механизма оптимизации решения по критерию MinMax.

Третья концепция решения задачи множественных коммивояжёров (МКВ) предполагает следующий подход: сначала определяется порядок посещения всех городов, что формирует единый маршрут, охватывающий все города задачи (так называемый "супер-маршрут"). Затем этот супер-маршрут разделяется между коммивояжёрами без изменения последовательности обхода городов. Таким образом, задача МКВ сводится к задаче одного коммивояжёра. Данная концепция известна в литературе как Route First-Cluster Second (RFCS) [10–12] и изначально применялась для решения задач маршрутизации транспортных средств, которые, в отличие от МКВ, учитывают вместимость и грузоподъемность агентов (коммивояжёров).

Автор работы [13] использовал алгоритм Беллмана для направленных ациклических графов, чтобы разделить супер-маршрут. В упрощённом виде алгоритм работает следующим образом: два вложенных цикла, индексированные как i и j , проверяют каждую подпоследовательность городов ($T_i, T_{i+1}, \dots, T_j$) и вычисляют её общую загрузку и стоимость поездки. Если подпоследовательность превышает пропускную способность транспортного средства, она исключается из рассмотрения. Стоит отметить, что концепция, основанная на оптимизации, хотя и способна находить оптимальные решения, требует значительных временных затрат, что ограничивает её применение для задач большого масштаба.

Выявлено, что концепция RFCS имеет более гибкий механизм оптимизации решения по критерию MinMax, но за счет больших временных затрат, так как задача МКВ сводится к задаче КВ, следовательно, размер пространства решения составляет $(n-1)!$, где n – количество городов МКВ.

В результате проведённого обзора было выявлено что, концепция Route-First, Cluster-Second с предложенной модификацией для решения много-агентной задачи коммивояжёра дает наилучший результат по самому длинному маршруту среди коммивояжёров, что способствует более сбалансированной нагрузке между агентами. Однако, она является слишком время-затратной по сравнению с концепцией Cluster-First, Route-Second, это в связи с тем, что муравьиный алгоритм в концепции Route-First, Cluster-Second пытается найти умеренное решение в пространстве с размером $(n-1)!$ решений, что намного больше, чем размер пространства решений при использовании концепции Cluster-First, Route-Second, который составляет $(n/m)!$ (При равномерном распределении n задач между m коммивояжёрами).

Чем больше размер пространства решений, тем меньше вероятности того, что муравьиный алгоритм найдёт оптимальное решение, и тем меньше вероятность попадания в локальный минимум, в результате чего, метод концепции Route-First, Cluster-Second работает дольше по времени.

В этой связи, предлагается гибридный метод, объединяющий обе концепции Route-First, Cluster-Second и Cluster-First, Route-Second с тем, чтобы получить их позитивные аспекты и избавиться от их слабостей.

Концепция Cluster, Route, Connect, Split. Гибридный подход к решению МКВ, который объединяет идеи двух известных концепций: "Сначала кластеризация, затем маршрутизация" (Cluster-First, Route-Second) и "Сначала маршрутизация, затем кластеризация" (Route-First, Cluster-Second).

Метод состоит из следующих четырёх основных этапов:

◆ Cluster (Кластеризация): задачи (города) делятся на кластеры. Цель – распределить точки таким образом, чтобы минимизировать размера пространства решений. Для реализации данного этапа используется алгоритм K-Means [14] с указанным количеством кластеров 4 поскольку установлено, что это хорошее приближение к оптимальному компромиссу между временем расчета и качеством решения.

◆ **Route (Маршрутизация):** для каждого кластера строится оптимальный маршрут с использованием методов, таких как муравьиный алгоритм [15]. Это обеспечивает предварительную оптимизацию маршрутов внутри каждого кластера.

◆ **Connect (Соединение):** После кластеризации и решения задачи маршрутизации в каждом кластере нужно объединить эти под-маршруты в один маршрут, для этого нужно определить два узла из каждого кластера для соединения с остальными кластерами. Для определения этих узлов предлагается исследовать следующую эвристику: определить самые ближайшие два узла в потенциальных соседних кластерах.

◆ **Split (Разделение):** Полученный супермаршрут разбивается на подмаршруты, каждый из которых присоединяется к городу-депо и закрепляется за конкретным коммивояжером. В процессе учитываются ограничения, такие как максимальная длина маршрута, балансировка нагрузки и времени выполнения. Детальное описание алгоритма разделения маршрута можно найти в работе [16].

Суть предложенного метода заключается в том, чтобы объединить преимущество концепции Cluster-First, Route-Second в разделении задачи на несколько подзадач, что уменьшает в итоге размер пространства решений и, следовательно, время расчета, с преимуществом концепции Route-First, Cluster-Second в минимизации максимального по длине маршрута среди коммивояжеров.

Моделирование. Для исследования предлагаемого метода и проведения сравнительного анализа его производительности с методами CFRS и RFCS были взяты за основу 3 задачи из соответствующей библиотеки эталонных задач коммивояжера [17] (eil51, kroA100, и kroA150) с 51, 100 и 150 городами, соответственно. Для каждой из этих задач были поставлены 3 сценария с 3, 5 и 10 коммивояжерами. Каждый сценарий был запущен 100 раз для получения соответствующей представительной выборки.

Концепция Cluster-First, Route Second (CFRS): в качестве примера этой концепции рассмотрена работа Латаха [18] (KM-CACO). В этом исследовании авторы сначала используют алгоритм K-Means для кластеризации городов, где количество кластеров равно числу коммивояжеров. Затем для каждого кластера применяется модифицированный муравьиный алгоритм (ACO) для поиска оптимального маршрута.

Концепция Route-First, Cluster-Second (RFCS): в качестве примера этой концепции рассмотрена работа [19] где предлагается решить задачу маршрутизации с помощью муравьиного алгоритма, и разделить маршрут между агентами таким образом, чтобы минимизировать дисбаланс нагрузки между агентами.

Критерии оценки производительности указанных алгоритмов были следующие:

- ◆ время расчета решения задачи мульти-коммивояжера;
- ◆ сумма пройденных коммивояжерами путей;
- ◆ максимальный по длине путь среди путей, пройденных коммивояжерами, для сравнения сбалансированности и равномерности распределения городов между коммивояжерами.

Коэффициент испарения феромона муравьиного алгоритма во всех сценариях составил 0.5. количество муравьев K составило n , а количество итерации не указано, Критерием завершения работы муравьиного алгоритма было повторение 20 итераций без повышения качества найденного решения. Такой выбор гиперпараметров муравьиного алгоритма был предложен в работе [20] как оптимальный для решения задачи коммивояжера.

Алгоритмы были запрограммированы на языке Python 3.8. Для моделирования использовался процессор Intel Core i7-9700KF CPU @ 3.60GHz RAM= 32GB, ОС Windows 10 Pro 64-bit.

Результаты и сравнительный анализ. Табл. 1, 2 и 3 последовательно представляют результаты решения задач eil51, kroA100 и kroA150 с 3, 5 и 10 коммивояжерами (m). В таблицах выражены: среднее среди 100 запусков по времени расчета решения в секундах (μ_t), сумма длин путей в метрах (μ_{sum}) и максимальная длина пути среди коммивояжеров в метрах (μ_{max}). Соответствующие оптимальные значения выделены жирным шрифтом.

Таблица 1

Результаты исследования задачи eil51

m	3			5			10		
метод	CFRS	RFCS	CRCS	CFRS	RFCS	CRCS	CFRS	RFCS	CRCS
μ_t	0.519	4.5	0.18	0.76	4.27	0.24	1.31	8.24	4.37
μ_{sum}	514.18	513.43	544.07	560.6	595.4	590.15	769.5	827.5	826.98
μ_{max}	190.87	177.43	187.1	133.33	127.08	126.61	99.78	93.16	93.1

Таблица 2

Результаты исследования задачи kroA100

m	3			5			10		
метод	CFRS	RFCS	CRCS	CFRS	RFCS	CRCS	CFRS	RFCS	CRCS
μ_t	2.11	37.52	1.43	3.41	38.47	1.58	6.1	49.38	12.33
μ_{sum}	28054	26855	27491.53	30658	32360	32433	40412	44391	45412
μ_{max}	11775	9233	9436.69	7916	7111	6903	5550	5417	5374

Таблица 3

Результаты исследования задачи kroA150

m	3			5			10		
метод	CFRS	RFCS	CRCS	CFRS	RFCS	CRCS	CFRS	RFCS	CRCS
μ_t	5.87	152.61	5.15	8.41	151.4	5.19	15.21	162.8	24.45
μ_{sum}	34671	32006	32728	36192	37146	37081	45507	49344	48983
μ_{max}	15355	11058	11309	8998	8002	7920	6169	5749	5701

На основании представленных в этих таблицах данных замечаем, что предлагаемый метод имеет преимущество по времени расчета для 3 и 5 агентов, и по критерию MinMax для 5 и 10 агентов.

Анализ полученных результатов расчета, представленных в указанных таблицах, показывает, что предложенный метод по сравнению с RFCS уменьшает время расчета на 88–2860%, а максимальная длина пути среди коммивояжеров уменьшается в среднем на 0.1–10% для задач с 5 и 10 агентами и увеличивает в среднем на 2–5% для задач с 3 агентами.

Предложенный метод по сравнению с CFRS уменьшает время расчета на 12–68% для задач с 3 и 5 агентами и увеличивает в среднем на 60–233% для задач с 10 агентами, а максимальная длина пути среди коммивояжеров уменьшается в среднем на 1–26%.

Заключение. В данной статье предлагается гибридный подход решения многоагентной задачи коммивояжера на основе уменьшения пространства решений. Проведено исследование предложенной методики на трех эталонных задачах коммивояжера с участием 3, 5, 10 агентов. Качество решения измерялось по 3 критериям: времени расчета решения, суммы расстояний маршрутов всех коммивояжеров, максимальной длины пути среди пройденных всеми агентами маршрутов. Результаты были сравнены с традиционными подходами решения МКВ на основе муравьиного алгоритма. Статистический анализ результатов показал, что в среднем, предложенный метод предлагает хороший компромисс между временем расчета и качеством решения.

В последующих публикациях мы намерены показать, каким образом рассмотренный в настоящей статье алгоритм решения задачи мульти коммивояжеров позволяет получить соответствующий оптимальный алгоритм по критерию минимума на множестве всех расстояний, проходимых коммивояжерами.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00492 «Разработка методов оптимального целераспределения в группе подвижных робототехнических комплексов», <https://rscf.ru/project/24-29-00492/> на базе АО «НКБ Робототехники и систем управления».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Sundar K., Rathinam S.* Algorithms for heterogeneous, multiple depot, multiple unmanned vehicle path planning problems // *J. Intell. Robot. Syst., Theory Appl.* – 2017. – 88 (2–4). – P. 513-526. – <http://dx.doi.org/10.1007/s10846-016-0458-5>.
2. *Vali M., Salimifard K.* A constraint programming approach for solving multiple traveling salesman problem // in: *The Sixteenth International Workshop on Constraint Modelling and Reformulation.* – 2017.
3. *Shuai Y., Bradley S., Shoudong H., Dikai L.* A new crossover approach for solving the multiple traveling salesman problem using genetic algorithms // *European J. Oper. Res.* – 2013. – P. 72-82.
4. *Al-Omeer M.A., Ahmed Z.H.* Comparative study of crossover operators for the mtsp // in: *2019 International Conference on Computer and Information Sciences (ICCIS), IEEE, 2019.* – P. 1-6.
5. *Xu Z., Li Y., Feng X.* Constrained multi-objective task assignment for UUVS using multiple ant colonies system // in: *2008 ISECS International Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management.* – 2008. – Vol. 1. – P. 462-466. – <http://dx.doi.org/10.1109/CCCM.2008.318>.
6. *Shabanpour M., Yadollahi M., Hasani M.M.* A New Method to Solve the Multi Traveling Salesman Problem with the Combination of Genetic Algorithm and Clustering Technique // *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security.* – May 2017. – Vol. 17, No. 5.
7. *Basma H., Bashir H., Cheaitou A.* A Novel Clustering Method for Breaking Down the Symmetric Multiple Traveling Salesman Problem // *Journal of Industrial Engineering and Management JIEM.* – 2021. – Vol. 14, No. 2.
8. *Arthur D., Vassilvitskii S.* K-Means++: The Advantages of careful seeding // *Proceedings of the 8th annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms.* – 2007.
9. *Sofge D., Schultz A., & De Jong K.* Evolutionary computational approaches to solving the multiple traveling salesman problem using a neighborhood attractor schema // *Proceedings of the Applications of Evolutionary Computing on EvoWorkshops.* – 2002. – P. 153-162.
10. *Beasley J.E.* Route First - Cluster Second Methods for Vehicle Routing // *Omega.* – 1983. – Vol. 11, Issue 4. – P. 403-408.
11. *Bozdemir M.K., Bozdemir M., Burcu Ö.* Route First- Cluster Second Method for Personal Service Routing Problem // *Journal of Engineering Studies and Research.* – 2019. – Vol. 25, No. 2. – P. 18-24.
12. *Houssein F.A., Kostyukov V.F. and Evdokimov I.D.* A method for solving the multi-traveling salesman problem based on reducing the size of the solution space // *2024 10th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), Vallette, Malta, 2024.* – P. 1729-1733. – DOI: 10.1109/CoDIT62066.2024.10708116.
13. *Prins C.* A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem // *Comput. Oper. Res.* – 2004. – 31. – P. 1985-2002.
14. *Morissette Laurence & Chartier Sylvain.* The k-means clustering technique: General considerations and implementation in Mathematica // *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology.* – 2013. – 9. – P. 15-24. – 10.20982/tqmp.09.1.p015.
15. *Dorigo M., Birattari M., Stutzle T.* Ant colony optimization // *IEEE Comput. Intell. Mag.* – 2006. – P. 28-39.
16. *Хуссейн Ф.А.* Разработка и исследование метода централизованного распределения задач в мультиагентных системах // *Известия ЮФУ. Технические науки.* – 2024. – № 4.
17. Ruprecht-Karls. TSPLIB. Available online: <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95> (accessed on 4 August 2024).
18. *Latah M.* Solving multiple TSP problem by K-means and crossover based modified ACO algorithm // *International Journal of Engineering Research and Technology.* – 2016. – Vol. 5, No. 02.
19. *Костюков В.А., Хуссейн Ф.А., Евдокимов И.Д.* Метод решения проблемы мульти-коммивояжера в среде без препятствий на основе уменьшения размера пространства решений // *Известия ЮФУ. Технические науки.* – 2024. – № 1.
20. *Dorigo M., Maniezzo V., & Colomi A.* Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B.* – 1996. – 26 (1). – P. 29-41.

REFERENCES

1. *Sundar K., Rathinam S.* Algorithms for heterogeneous, multiple depot, multiple unmanned vehicle path planning problems, *J. Intell. Robot. Syst., Theory Appl.*, 2017, 88 (2–4), pp. 513-526. Available at: <http://dx.doi.org/10.1007/s10846-016-0458-5>.
2. *Vali M., Salimifard K.* A constraint programming approach for solving multiple traveling salesman problem, in: *The Sixteenth International Workshop on Constraint Modelling and Reformulation*, 2017.
3. *Shuai Y., Bradley S., Shoudong H., Dikai L.* A new crossover approach for solving the multiple traveling salesman problem using genetic algorithms, *European J. Oper. Res.*, 2013, pp. 72-82.

4. Al-Omeer M.A., Ahmed Z.H. Comparative study of crossover operators for the mtsp, in: *2019 International Conference on Computer and Information Sciences (ICIS), IEEE, 2019*, pp. 1-6.
5. Xu Z., Li Y., Feng X. Constrained multi-objective task assignment for UUVS using multiple ant colonies system, in: *2008 ISECS International Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management, 2008*, Vol. 1, pp. 462-466. Available at: <http://dx.doi.org/10.1109/CCCM.2008.318>.
6. Shabanpour M., Yadollahi M., Hasani M.M. A New Method to Solve the Multi Traveling Salesman Problem with the Combination of Genetic Algorithm and Clustering Technique // *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*. – May 2017. – Vol. 17, No. 5.
7. Basma H., Bashir H., Cheaitou A. A Novel Clustering Method for Breaking Down the Symmetric Multiple Traveling Salesman Problem, *Journal of Industrial Engineering and Management JIEM*, 2021, Vol. 14, No. 2.
8. Arthur D., Vassilvitskii S. K-Means++: The Advantages of careful seeding, *Proceedings of the 8th annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms*, 2007.
9. Sofge D., Schultz A., & De Jong K. Evolutionary computational approaches to solving the multiple traveling salesman problem using a neighborhood attractor schema, *Proceedings of the Applications of Evolutionary Computing on EvoWorkshops*, 2002, pp. 153-162.
10. Beasley J.E. Route First - Cluster Second Methods for Vehicle Routing, *Omega*, 1983, Vol. 11, Issue 4, pp. 403-408.
11. Bozdemir M.K., Bozdemir M., Burcu Ö. Route First- Cluster Second Method for Personal Service Routing Problem, *Journal of Engineering Studies and Research*, 2019, Vol. 25, No. 2, pp. 18-24.
12. Houssein F.A., Kostyukov V.F. and Evdokimov I.D. A method for solving the multi-traveling salesman problem based on reducing the size of the solution space, *2024 10th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), Vallette, Malta, 2024*, pp. 1729-1733. – DOI: 10.1109/CoDIT62066.2024.10708116.
13. Prins C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem, *Comput. Oper. Res.*, 2004, 31, pp. 1985-2002.
14. Morisette Laurence & Chartier Sylvain. The k-means clustering technique: General considerations and implementation in Mathematica, *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology*, 2013, 9, pp. 15-24. – 10.20982/tqmp.09.1.p015.
15. Dorigo M., Birattari M., Stutzle T. Ant colony optimization, *IEEE Comput. Intell. Mag.*, 2006, pp. 28-39.
16. Khusseyn F.A. Razrabotka i issledovanie metoda tsentralizovannogo raspredeleniya zadach v mul'tiagentnykh sistemakh [Development and study of the method of centralized distribution of tasks in multi-agent systems], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences]*, 2024, No. 4.
17. Ruprecht-Karls. TSPLIB. Available online: <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95> (accessed on 4 August 2024).
18. Latah M. Solving multiple TSP problem by K-means and crossover based modified ACO algorithm, *International Journal of Engineering Research and Technology*, 2016, Vol. 5, No. 02.
19. Kostyukov V.A., Khusseyn F.A., Evdokimov I.D. Metod resheniya problemy mul'ti-kommivoyazhera v srede bez prepyatstviy na osnove umen'sheniya razmera prostranstva resheniy [Method for solving the multi-traveling salesman problem in an obstacle-free environment based on reducing the size of the solution space], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences]*, 2024, No. 1.
20. Dorigo M., Maniezzo V., & Colomi A. Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B*, 1996, 26 (1), pp. 29-41.

Костюков Владимир Александрович – АО «НКБ Робототехники и систем управления»; e-mail: wkost-einheit@yandex.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: 88634371694; к.т.н.; научный руководитель.

Хуссейн Фирас Айманович – АО «НКБ Робототехники и систем управления»; e-mail: firas94mecha@gmail.com; г. Таганрог, Россия; тел.: 89996379357; м.н.с.

Kostyukov Vladimir Aleksandrovich – Joint-Stock Company “Robotics and Control Systems”; e-mail: wkost-einheit@yandex.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371694; can. of eng. sc.; senior researcher.

Houssein Firas Aimanovich – Joint-Stock Company “Robotics and Control Systems”; e-mail: firas94mecha@gmail.com; Taganrog, Russia; phone: +79996379357; junior researcher.