

Б.В. Павлов, Д.А. Гольдин, Е.А. Третьякова**МОДЕЛИ ИЗМЕРЕНИЙ БОРТОВЫХ МАГНИТОГРАДИЕНТНЫХ СИСТЕМ**

Целью данного исследования является разработка усовершенствованной модели магнитно-градиентной измерительной системы, которая играет ключевую роль при решении задачи одновременного оценивания параметров магнитного поля Земли (носителя) и параметров аномального магнитного поля. Актуальность исследования обусловлена необходимостью оптимизации процесса дифференциальной магнитометрии. Дифференциальная магнитометрия позволяет выделять полезную информацию из магнитного поля без необходимости проведения трудоемкого и длительного детального картирования местности. Это достигается за счет оценки параметров градиента магнитного поля, что значительно повышает информативность и оперативность определения местоположения источников магнитных аномалий. Однако на измерения физических полей существенно влияют различные помехи, которые могут возникать из-за погрешностей оборудования и конструкции, а также из-за проявления их магнитных свойств. Эти помехи искажают результаты измерений и снижают точность определения параметров магнитного поля. В связи с этим, разработка модели, учитывающей влияние помех и компенсирующей их воздействие, является крайне важной задачей. Предлагаемая модель магнитноградиентной измерительной системы будет учитывать влияние помех и компенсировать их воздействие, что позволит значительно повысить точность оценки параметров магнитного поля. Кроме того, модель поможет решать задачу совместного оценивания параметров поля носителя и констант, входящих в модель измерений. Это повысит эффективность дифференциальной магнитометрии и сделает ее более применимой в различных сферах. В частности, усовершенствованная магнитноградиентная измерительная система будет полезна в геофизическом картировании, поиске полезных ископаемых, мониторинге окружающей среды, а также в специфических условиях боевой обстановки. Например, в геофизическом картировании она позволит более точно определять границы различных геологических структур, что важно для поиска полезных ископаемых. В условиях очистки освобожденных территорий от оставленных противником скрытых объектов, таких как мины или подземные сооружения, система поможет быстро и точно их выявлять, что значительно повысит безопасность военнослужащих и мирного населения. Таким образом, разработка усовершенствованной модели магнитноградиентной измерительной системы имеет широкий спектр потенциальных применений и является важным шагом в развитии технологий дифференциальной магнитометрии.

Магнитное поле; магнитоградиентные измерительные системы; тензорные градиентометры; векторные градиентометры.

B.V. Pavlov, D.A. Goldin, E.A. Tretyakova**MEASUREMENT MODELS OF ON-BOARD MAGNETOGRADIENT SYSTEMS**

The purpose of this study is to develop an improved model of a magnetically gradient measuring system, which plays a key role in solving the problem of simultaneous estimation of the parameters of the Earth's magnetic field (carrier) and the parameters of the anomalous magnetic field. The relevance of the study is due to the need to optimize the process of differential magnetometry. Differential magnetometry allows you to extract useful information from a magnetic field without the need for time-consuming and lengthy detailed mapping of the area. This is achieved by estimating the parameters of the magnetic field gradient, which significantly increases the information content and efficiency of determining the location of sources of magnetic anomalies. However, measurements of physical fields are significantly affected by various disturbances that may occur due to equipment and design errors, as well as due to their magnetic properties. These interferences distort the measurement results and reduce the accuracy of determining the magnetic field parameters. In this regard, the development of a model that takes into account the effects of interference and compensates for their effects is an extremely important task. The proposed model of a magnetically gradient measuring system will take into account the effects of interference and compensate for their effects, which will significantly improve the accuracy of estimating magnetic field parameters. In addition, the model will help solve the problem of jointly estimating the parameters of the carrier field and the constants included in the measurement model. This will increase the efficiency of differential magnetometry and make it more applicable in various fields. In particular, the improved magnetically gradient measuring system will be useful in geophysical mapping, mineral prospecting, environmental

monitoring, as well as in specific combat conditions. For example, in geophysical mapping, it will allow you to more accurately determine the boundaries of various geological structures, which is important for the search for minerals. In the conditions of clearing the liberated territories of hidden objects left by the enemy, such as mines or underground structures, the system will help to identify them quickly and accurately, which will significantly increase the safety of military personnel and civilians. Thus, the development of an improved model of a magnetically gradient measuring system has a wide range of potential applications and is an important step in the development of differential magnetometry technologies.

Magnetic field; magnetogradient measuring systems; tensor gradiometers; vector gradiometers.

Введение. Поиск различных магнитных объектов, находящихся в приповерхностных слоях Земли, является важной военно-инженерной задачей [1–3]. Признаками для их поиска могут являться вызываемые ими магнитные нарушения естественной картины распределения параметров магнитного поля на исследуемой территории.

Обусловленное влиянием магнитного возмущающего объекта изменение магнитного поля, как правило, весьма невелико, а самое главное, быстро убывает по мере удаления точки наблюдения от объекта поиска. Величина магнитной аномалии даже вблизи объекта сопоставима с амплитудой вариаций магнитного поля.

Использование дифференциальной магнитометрии [4, 5] для поисков локальных неподвижных магнитных объектов осложняется тем, что естественное магнитное поле на обследуемой территории существенно неоднородно по площади. Для использования дифференциальной магнитометрии в этом случае требуется высокоточное магнитное картирование местности, что не только технически сложно и трудоемко, но и небезопасно в условиях минирования. Однако современные исследования показывают, что для этих целей может быть использована информация, содержащаяся в измерении параметров градиента магнитного поля [6]. Обладая значительно большей информативностью по сравнению с результатами классических магнитных измерений, данные градиента могут служить основой пассивной магнитной пеленгации и локации магнитовозмущающих объектов.

Какова бы ни была магнитоградиентная измерительная система, ее работа связана с погрешностями и помехами, которые неизбежно возникают в процессе измерений. Во-первых, существуют погрешности конструкции, которые необходимо учитывать при обработке данных, а также погрешности отдельных датчиков, входящих в магнитоградиентную систему. Их влияние может быть критическим для результатов поиска магнитных объектов, поэтому соответствующие параметры необходимо оценивать в процессе калибровки и учитывать в дальнейшем при обработке измерений [7]. Во-вторых, может проявляться влияние магнитных свойств конструкции носителя, на котором устанавливается магнитоградиентная измерительная система. Параметры такого влияния проявляются в движении и также могут быть откалиброваны. Для решения задачи совместного оценивания параметров поля носителя и параметров аномального магнитного поля надо знать модель магнитоградиентной измерительной системы. Построению математических моделей в развитие [8] посвящена данная статья.

Модель носителя. Рассмотрим сначала задачу выбора моделей статического поля носителя, т.е. магнитного поля, создаваемого жестко намагниченными частями корпуса, а также перемангничиванием конструкционных материалов во внешнем магнитном поле Земли. Обзор одного из современных подходов к решению подобных задач дан в работе [9], согласно которому собственное магнитное поле некоторого объекта, помещенного в известное внешнее магнитное поле, может быть представлено как сумма полей точечных магнитных диполей:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{R_i^3} (3e_i e_i^T - I), \quad (1)$$

где $R_i = |r_i - r|$, $e_i = (r_i - r)/R_i$, I – единичная матрица 3×3 , μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 \approx 1.256610^{-6}$ Гн/м, m_i – дипольный магнитный момент точечного диполя, r_i – радиус-вектор точки расположения диполя, r – радиус-вектор точки наблюдения. При этом дипольные магнитные моменты m_i даются формулой:

$$m_i = m_i^{perm} + m_i^{ind}(B_1 + B_e), \quad (2)$$

где m_i^{perm} – составляющая, связанная с жестким намагничиванием, m_i^{ind} – коэффициент, определяющий мягкую составляющую намагничивания, B_0 – внешнее магнитное поле.

Динамическая составляющая магнитного поля носителя вызывается действием вихревых токов из-за наводящихся в корпусе носителя различных электрических машин и механизмов. В настоящее время в научной литературе накопился большой объем работ, описывающих построение динамических моделей поля носителя, основы которого были заложены Н. DeVoe еще в 1964 г. в работе [10]. В дальнейшем данная модель была использована в работах [11, 12]. В [13] показано, что решение задачи о динамическом поле носителя может быть представлено как сумма полей точечных диполей. Разумеется, в динамическом случае, формула для поля диполя уже не имеет такого простого вида, как (1) (см., например, [14, 15]), кроме того, присутствует вклад диполей электрического типа. Вместе с тем, учитывая, что углы колебаний носителя малы, постоянная времени этих колебаний велика, а поля работающих машин и механизмов в значительной степени экранированы корпусом и убывают, будем для приближенной оценки поля носителя пользоваться формулой (1) без каких-либо модификаций и при этом учитывать динамическую компоненту поля.

Итак, поле носителя вычисляется как поле системы точечных магнитных диполей в соответствии с формулой (1); при этом дипольные магнитные моменты данных диполей m_i определяются как:

$$m_i = \hat{m}_i^{perm} + m_i^{ind} B_e + m_i^{dyn}(\Omega) B_e, \quad (3)$$

где $m_i^{dyn}(\Omega)$ – коэффициент, описывающий динамическую составляющую поля и зависящий от угловой скорости носителя Ω .

Модель измерений наведенного поля. Наведенное поле B_c описывается суммой постоянного вектора B_{perm} , произведения постоянной матрицы на вектор внешнего поля $A^{ind} B_0$ и произведением другой постоянной матрицы на производную вектора внешнего поля $A^{eddy} \partial B_0 / \partial t$.

$$B_{изм} = B_0 + B_c, B_c = B_{perm} + B_{ind} + B_{eddy} = B_{perm} + A^{ind} B_0 + A^{eddy} \frac{\partial B_0}{\partial t}. \quad (4)$$

Это уравнение описывает влияние трех диполей: постоянный магнитный диполь, диполь, появляющийся благодаря магнитной восприимчивости некоего элементарного объема, и диполь, связанный с вихревыми токами в том же объеме. Все три диполя можно задать расположенными в одной точке с фиксированными координатами.

Модель (4) известна в литературе как модель Лелиака [16]. Ограничения в такой модели наложены на неизменность магнитных и проводящих свойств носителя и геометрических параметров установки, включая жесткость корпуса системы и крепления датчика. Важно отметить, что все постоянные в данном выражении – постоянные вне зависимости от направления движения.

Поскольку при измерениях вектор B_0 известен не полностью, доступна только его нормальная составляющая, то при оценивании параметров наведенного поля одновременно нужно оценивать аномальную составляющую. В этом случае совместная система уравнений становится нелинейной – в правой части содержатся квадратичные члены.

Если полагать, что для модулей векторов $|B_c| \ll |B_0|$, можно поставить линейную задачу с моделью наведенного поля в виде

$$B_c = B_{perm} + A^{ind} B_{изм} + A^{eddy} \frac{\partial B_{изм}}{\partial t} + O\left(\frac{|B_c|}{|B_0|}\right)^2. \quad (5)$$

Верно следующее равенство

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{u3M}}{\partial t} &= B_{u3M} \frac{\partial e_{u3M}}{\partial t} + e_{u3M} \frac{d|B_{u3M}|}{dt} \Rightarrow \\ A^{eddy} \frac{\partial B_{u3M}}{\partial t} &= |B_{u3M}| A^{eddy} \frac{\partial e_{u3M}}{\partial t} + \frac{d|B_{u3M}|}{dt} A^{eddy} e_{u3M}, \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом этого с точностью до малых второго порядка

$$\frac{B_c}{|B_{u3M}|} = b_{perm} + A^{ind} e_{u3M} + A^{eddy} \frac{\partial e_{u3M}}{\partial t} + \frac{1}{|B_{u3M}|} \frac{d|B_{u3M}|}{dt} A^{eddy} e_{u3M}. \quad (7)$$

В том случае, когда матрица вихревой составляющей наведенного поля хорошо обусловлена, величина градиента внешнего поля не должна значительно превосходить скорость изменения поля, связанную с угловыми скоростями. Однако при угловых скоростях порядка 0,1 рад/с изменение проекций поля от углового движения объекта составят величину порядка 1000 нТл/с. Исходя из этого, последнее слагаемое в уравнении (7) можно исключить.

Таким образом, наведенное поле для каждой измеряемой компоненты может быть описано 7-ю параметрами. Для трехкомпонентного датчика – 21 коэффициент.

Модель измерений поля тензорным градиентометром. Измерения тензорного градиентометра строятся на вычислении разностей компонент вектора магнитного поля на фиксированном плече. Исходя из сделанных при описании модели Лелиака предположений, согласно которым в модели наведенного поля не учитывается его изменчивость вдоль корпуса, модель наведенного поля при измерении градиента также определяется внешним полем в одной точке, например, в точке установки датчика с индексом 1. Для каждого из датчиков можно записать в тензорном виде следующее соотношение, опуская индекс *изм*, 1

$$\frac{B_{cj}}{|B|} = b_{permj} + A_{jk}^{ind} e_k + A_{jk}^{eddy} e'_k + \frac{1}{|B|} \frac{d|B|}{dt} A_{jk}^{eddy} e_j, j = 2, 3, 4, \quad (8)$$

где в каждом слагаемом с повторяющимися индексами *k* выполняется суммирование по *k* от 1 до 3, e'_k – обозначение для *k*-й компоненты вектора производной $\partial e / \partial t$. Тогда модель для наведенной составляющей градиента можно получить, взяв разности для моделей в соответствующих точках:

$$\begin{aligned} \frac{\nabla_{ij}^2 U_c^B}{|B|} &= \nabla_{ij}^2 \frac{U_{perm}^B}{|B|} + A_{ijk}^{ind} e_k + A_{ijk}^{eddy} e'_k + \frac{1}{|B|} \frac{d|B|}{dt} A_{ijk}^{eddy} e_k, \\ \nabla_{ij}^2 \frac{U_{perm}^B}{|B|} &= b_{permj(i)} - b_{permj(1)}, A_{ijk}^{ind} = A_{jk(i)}^{ind} - A_{jk(1)}^{ind}, A_{ijk}^{eddy} = A_{jk(i)}^{eddy} - A_{jk(1)}^{eddy}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для описания модели наведенного градиента требуется задать при фиксированных *i, j* восемь коэффициентов, а всего пар *i, j*, для которых необходимо вычислить наведенное поле, – пять, если рассматриваются измерения тензора в линейной постановке, и девять для нелинейно постановки.

Модель измерения поля векторным градиентометром. В случае со скалярным датчиком измеряется не вектор поля, а его модуль. Если переписать соотношение модели Лелиака (4) для квадратов модуля, вектор наведенного поля войдет два раза – как линейный и как квадратичный член:

$$\begin{aligned} \frac{\nabla_{ij}^2 U_c^B}{|B|} &= \nabla_{ij}^2 \frac{U_{perm}^B}{|B|} + A_{ijk}^{ind} e_k + A_{ijk}^{eddy} e'_k + \frac{1}{|B|} \frac{d|B|}{dt} A_{ijk}^{eddy} e_k, \\ \nabla_{ij}^2 \frac{U_{perm}^B}{|B|} &= b_{permj(i)} - b_{permj(1)}, A_{ijk}^{ind} = A_{jk(i)}^{ind} - A_{jk(1)}^{ind}, A_{ijk}^{eddy} = A_{jk(i)}^{eddy} - A_{jk(1)}^{eddy}. \end{aligned} \quad (10)$$

Если предположить, что модуль вектора девиации, отнесенный к модулю измеренного вектора поля, – малая величина ε :

$$\frac{|B_c|}{|B_{u3M}|} = \varepsilon \ll 1, \quad (11)$$

можно выписать выражение для модуля поля как степенной ряд по ε .

$$\begin{aligned} |B_0| &= \sqrt{B_{u3M}^2 - 2B_c^T B_{u3M} + B_c^2}, \\ \left(\frac{|B_{u3M}|}{|B_{u3M}|}\right)^2 &\equiv 1, \left(\frac{B_c^T}{|B_{u3M}|} \frac{B_{u3M}}{|B_{u3M}|}\right) \sim \varepsilon, \left(\frac{|B_c|}{|B_{u3M}|}\right)^2 \sim \varepsilon^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Нулевая степень отвечает измеренному полю, первая степень – это составляющая, которая называется моделью Лелиака применительно к измерениям модуля [17–19], а вторая степень описывает погрешность модели Лелиака при измерении модуля:

$$\begin{aligned} |B_0| &= |B_{u3M}| - \frac{1}{|B_{u3M}|} B_{u3M}^T B_c + \underline{\underline{O}}(\varepsilon^2) = \\ &= |B_{u3M}| - \frac{1}{|B_{u3M}|} \left[B_{u3M}^T B_{perm} + B_{u3M}^T A^{ind} B_0 + B_{u3M}^T A^{eddy} \frac{\partial B_0}{\partial t} \right] + \underline{\underline{O}}(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (13)$$

Важно отметить, что в правой части в выражениях для индуцированной и вихревой компонент можно заменить B_0 на B_{u3M} , и погрешности этой замены не превзойдут ε^2 . Для получения компонент вектора $B_{u3M}/|B_{u3M}| = e_{u3M}$ на практике используются измерения дополнительного векторного магнитометра. В линейном приближении

$$\begin{aligned} |B_0| &= |B_{u3M}| - \frac{1}{|B_{u3M}|} B_{u3M}^T B_c + \underline{\underline{O}}(\varepsilon^2) = \\ &= |B_{u3M}| - \frac{1}{|B_{u3M}|} \left[B_{u3M}^T B_{perm} + B_{u3M}^T A^{ind} B_0 + B_{u3M}^T A^{eddy} \frac{\partial B_0}{\partial t} \right] + \underline{\underline{O}}(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (14)$$

Стоит иметь в виду, что $|B_{u3M}| - |B_0| \neq |B_c|$. Вторая степень малого параметра никак моделью Лелиака не учитывается. Интересно, что данная особенность не отражается в известных публикациях, посвященных магнитной компенсации.

Максимальная величина разницы между полем, скомпенсированным при ортогональной проекции, и истинным достигается в случае, когда вектор девиации ортогонален вектору поля. Можно показать, что максимальное значение квадратичного члена равно $\varepsilon^2/2$ с погрешностью не более ε^3 . Это одна из причин, почему датчик требуется установить по возможности дальше от источников магнитного влияния.

Получив параметры модели Лелиака, можно оценить теоретический предел точности компенсации, взяв квадрат отношения ее максимального значения к амплитуде внешнего поля. Чтобы удовлетворить точности 0,1 нТл, в идеале нужно, чтобы величина девиации не превышала 100 нТл при поле 50 000 нТл. (60 нТл при поле 20 000 нТл).

Анализируя [14], можно видеть, что симметричные коэффициенты матрицы A^{ind} входят всегда с одним и тем же коэффициентом, поэтому они неразличимы. Как следствие, эту матрицу можно подбирать как симметричную:

$$A_{ij}^{ind} = A_{ji}^{ind}, i \neq j. \quad (15)$$

Еще один фактор, влияющий на количество параметров, описывающих модель наведенного поля, – это степень изменчивости внешнего поля. В тех случаях, когда поле меняется на величину, сопоставимую с εB_0 , влияние этого изменения на наведенное поле не превосходит ε^2 и поэтому в рамках данной модели не может быть оценено.

Верны следующие равенства (с точностью до малых второго порядка):

$$\begin{aligned} e_{u3M}^T A^{eddy} \frac{\partial B_{u3M}}{\partial t} &= |B_{u3M}| e_{u3M}^T \bar{A}^{eddy} \frac{\partial e_{u3M}}{\partial t} + d \frac{|B_{u3M}|}{dt} (e_{u3M}^T \bar{A}^{eddy} e_{u3M} + k_1), \\ k_1 &= \text{tr} A^{eddy}, \end{aligned} \quad (16)$$

по аналогии с (6), tr – след матрицы.

$$\begin{aligned} B_{u3M}^T \bar{A}^{ind} e_{u3M} &= |B_{u3M}| e_{u3M}^T \bar{A}^{ind} e_{u3M} + k_2 |B_{u3M}|, \\ k_2 &= \text{tr} \bar{A}^{ind}. \end{aligned} \quad (17)$$

С учетом этого при малых изменениях внешнего поля

$$\begin{aligned} \frac{|B_{u3M}| - |B_0|}{|B_{u3M}|} &= e_{u3M}^T b_{perm} + e_{u3M}^T \bar{A}^{ind} e_{u3M} + e_{u3M}^T \bar{A}^{eddy} \frac{\partial e_{u3M}}{\partial t} + b_{res}, \\ \bar{A}_{ij}^{ind} &= \bar{A}_{ji}^{ind}, \text{tr} \bar{A}^{ind} = 0, \text{tr} \bar{A}^{eddy} = 0, b_{perm}, \bar{A}^{ind}, \bar{A}^{eddy}, b_{res} = \text{const}. \end{aligned} \quad (18)$$

Появившаяся составляющая b_{res} , постоянная при малых изменениях поля, которая по величине может быть сопоставима с амплитудой наведенного поля, при незначительных изменениях внешнего поля неотличима от аномального поля.

С учетом имеющегося опыта, при оценке параметров наведенного поля в калибровочном эксперименте, поле изменяется на величину, сопоставимую с наведенным полем $\sim \varepsilon B_0$. Поэтому при такой процедуре корректно могут оцениваться максимум 16 параметров модели (18). Выделение соответствующих компонент в присутствии интенсивного аномального поля затруднительно, поскольку спектр аномального поля и спектр наведенного поля существенно пересекаются. Часть, вошедшая в (18) в виде аддитивной постоянной, может быть выражена через аномальное поле, если пренебречь величинами порядка $\varepsilon^2 B_0$:

$$b_{res} = \frac{1}{|B_{u3M}|} \left((e_{u3M}^T \bar{A}^{eddy} e_{u3M} + k_1) \frac{d|B_a|}{dt} + k_2 |B_a| \right). \quad (19)$$

Влияние b_{res} проявляется только когда $|B_a|/|B_c| > 1$. Для оценки k_2 потребуются сторонняя информация об аномальном поле. Погрешность, с которой будет измерено аномальное поле при неизвестном k_2 , определяется величиной $|B_a|/|B_c|^2$.

Теоретически k_1 можно определить при прохождении через одну и ту же точку в разных направлениях так, что градиент поля в этих направлениях существенно различен. Однако в том случае, когда матрица вихревой составляющей наведенного поля хорошо обусловлена, величина градиента внешнего поля должна значительно превосходить скорость изменения поля, связанную с угловыми скоростями. При угловых скоростях порядка 0,1 рад/с производная поля в собственных осях составляет порядка 1000 нТл/с. При скорости 10 м/с это соответствует градиенту 5 нТл/м. Т.е., чтобы влияние k_2 проявилось, градиент должен составить величину порядка 100 нТл/м, что при расстоянии до магнитной поверхности 50 м отвечает аномалии порядка 5000 нТл размером порядка 100 м. Очевидно, что недооценка k_2 скажется только при работе в окрестности такого рода аномалий, что недопустимо в рассматриваемой задаче, а величина этой погрешности будет отличаться от $\varepsilon^2 B_0$ во столько раз, во сколько градиент превосходит изменение поля на характерных угловых скоростях.

Итак, наведенное поле в рамках линейной модели при измерении модуля индукции магнитного поля описывается 18-ю коэффициентами, из которых 16 целесообразно определять в калибровочном эксперименте в отсутствие значимого аномального поля согласно модели [19], а двумя другими [20], как правило, можно пренебречь, поскольку они проявляются только в сильно градиентных полях.

На основе модели [18] можно получить модель наведенного поля для системы, измеряющей градиент модуля магнитной индукции. Для измерения всех трех компонент вектора градиента необходимо использовать четыре скалярных датчика.

Модель [18] можно записать в тензорном виде (опуская индекс $u3M$):

$$\frac{|B| - |B_0|}{|B|} = e_j b_{permj} + e_j \bar{A}_{jk}^{ind} e_k + e_j \bar{A}_{jk}^{eddy} e'_k + b_{res}. \quad (20)$$

Здесь по повторяющимся индексам j и k выполняется суммирование от 1 до 3. Взяв соответствующие разности, можно получить

$$\begin{aligned} \frac{1}{|B|} \nabla_i (|B| - |B_0|) &= e_j \nabla_i b_{permj} + e_j A_{ijk}^{ind} e_k + e_j A_{ijk}^{eddy} e'_k + b_{resi}, i = 1, 2, 3, \\ \nabla_i b_{permj} &= b_{permj(i)} - b_{permj(b)}, A_{ijk}^{ind} = \bar{A}_{jk(i)}^{ind} - \bar{A}_{jk(b)}^{ind}, A_{ijk}^{eddy} = \bar{A}_{jk(i)}^{eddy} - \bar{A}_{jk(b)}^{eddy}, \\ A_{ijk}^{ind} &= A_{ikj}^{ind}, \sum_{k=1}^3 A_{ikk}^{ind} = 0, \sum_{k=1}^3 A_{ikk}^{eddy} = 0 \\ b_{resi} &= b_{res(i)} - b_{res(b)} = \frac{1}{|B|} \left((e_j A_{ijk}^{eddy} e_k + k_{1(i)} - k_{1(b)}) \frac{d|B|}{dt} + (k_{2(i)} - k_{2(b)}) |B| \right) = \\ &= \frac{1}{|B|} \left((e_j A_{ijk}^{eddy} e_k + k_{1i}) \frac{d|B|}{dt} + k_{2i} |B| \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь индексом b обозначен некий базовый скалярный датчик, показания которого вычитаются из трех других (1, 2, 3) при вычислении градиента.

В этой модели, как и в случае наведенного поля при измерении модуля индукции, параметр b_{res} является постоянной величиной вдали от неподвижных магнитных масс, он изменяется только в сильно градиентных полях.

Таким образом, при измерении вектора градиента модуля магнитной индукции модель наведенного поля содержит $3 \cdot 18 = 54$ параметра, из которых на практике могут быть использованы только 48 коэффициентов, а шесть оставшихся коэффициентов вместе дают вклад, не отличимый от постоянной составляющей.

Заключение. На основе полученных моделей можно решать задачу совместного оценивания параметров поля носителя и констант, входящих в модель измерений, и тем самым решить задачу компенсации. Однако следует учитывать, что возможность обнаружения того или другого магнитовозмущающего объекта градиентным комплексом определяется не только глубиной компенсации поля носителя и чувствительностью применяемых датчиков, но и помехой, обусловленной нескомпенсированным влиянием вариаций поля – градиентной вариационной помехой. Амплитуду градиентной вариации можно приближенно оценить исходя из того, что влияние вариаций поля Земли в зоне измерений примерно одинаково для всех магнитных объектов (градиент генерального воздействия равен нулю). Влияние градиентной вариационной помехи, обусловленной каждым сторонним объектом, быстро убывает по мере удаления от него, однако в условиях существенной геологической неоднородности в зоне поиска воздействие может быть весьма значительным. На этом эффекте вариационной неоднородности поля основан даже метод геофизического изучения среды, известный как магнитовариационное зондирование [20].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дикарев В.И., Заренков В.А., Заренков Д.В. Методы и средства обнаружения объектов в укрывающих средах. – СПб.: Наука и Техника, 2004. – 280 с.
2. Щербаков Г.Н. Обнаружение скрытых объектов. – М.: Арбат-Информ, 2004. – 144 с.
3. Щедрин А.И., Осипов И.Н. Металлоискатели для поиска кладов и реликвий. – М.: Горячая линия – Телеком, 2001. – 192 с.
4. Любимов В.В. Новые приборы для измерения градиента источников магнитного поля в различных средах. Препринт № 3 (1142). – М.: ИЗМИРАН, 2001. – 10 с.
5. Афанасьев Ю.В. Средства измерения магнитного поля. – М.: Энергия, 1999. – 204 с.
6. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В. Магнитоградиентные измерительные системы и комплексы: монография в 2-х т. Т. I. Принципы измерений и структура магнитоградиентных комплексов. – М.: ИПУ РАН, 2018. – 149 с.
7. Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю. Магнитоградиентные измерительные системы и комплексы: монография в 2-х т. Т. II. Обработка информации и применение магнитоградиентных комплексов. – М.: ИПУ РАН, 2018. – 135 с.

8. *Вовенко Т.А., Волковицкий А.К., Павлов Б.В., Каршаков Е.В., Тхоренко М.Ю.* Модели и структура бортовых измерений пространственных физических полей // Проблемы управления. – 2015. – № 3. – С. 59-68.
9. *Chadebec O. et al.* A Review of Magnetostatic Moment Method // IEEE Transaction on Magnetics. – 2006. – 4. – P. 515-520.
10. *DeVoe H.* Optical properties of molecular aggregates. I. Classical model of electronic absorption and refraction // J. Chem. Phys. – 1964. – 41. – P. 393-400.
11. *Lakhtakia A.* Strong and Weak Forms of the Method of Moments and the Coupled Dipole Method for Scattering of Time-Harmonic Electromagnetic Fields // International Journal of Modern Physics C. – 1992. – 3. – P. 583-603.
12. *Alcaraz de la Osa R. et al.* Extended discrete dipole approximation and its application to bianisotropic media // Optics Express. – 2010. – 23. – P. 23865-23871.
13. *Kahnert F.M.* Numerical methods in electromagnetic scattering theory // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. – 2003. – Vol. 79-80. – P. 775-824.
14. *Yurkin M.A., Hoekstra A.G.* The discrete dipole approximation: an overview and recent developments // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. – 2007. – Vol. 106, No. 1-3. – P. 558-589.
15. *Jackson J.D.* Classical Electrodynamics. – New York: John Wiley & Sons Inc., 1999. – 808 p.
16. *Leliak P.* Identification and Evaluation of Magnetic-Field Sources of Magnetic Airborne Detector Equipped Aircraft // IRE Transactions on Aerospace and Navigational Electronics. – 1961. – Vol. ANE-8, No. 3. – P. 95-105.
17. *Groom R.L., Jia R. and Lo B.* Magnetic Compensation of Magnetic Noises Related to Aircraft's Maneuvers in Airborne Survey // Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems. – 2004. – P. 1-8. – DOI: 10.4133/1.2923247.
18. *Jia J., Lo B. and Groom R.* Final Report on Improved Aeromagnetic Compensation // Report for Ontario Mineral Exploration Technology Program Project # P02-03-043. – 2004. – 65 p. – DOI: 10.13140/RG.2.1.2072.0402.
19. *Noriega G.* Aeromagnetic Compensation in Gradiometry – Performance, Model Stability, and Robustness // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. – 2015. – Vol. 12, No. 1. – P. 117-121.
20. *Patella D., Mauriello P., Siniscalchi A.* A Sea-to-Ground Magnetovariational Method // Offshore Technology Conference, Houston, Texas, 1999. – P. 845-850.

REFERENCES

1. *Dikarev V.I., Zarenkov V.A., Zarenkov D.V.* Metody i sredstva obnaruzheniya ob'ektov v ukryvayushchikh sredakh [Methods and means of detecting objects in hiding environments]. St. Petersburg: Nauka i Tekhnika, 2004, 280 p.
2. *Shcherbakov G.N.* Obnaruzhenie skrytykh ob'ektov [Detection of hidden objects]. Moscow: Arbat-Infom, 2004, 144 p.
3. *Shchedrin A.I., Osipov I.N.* Metalloiskateli dlya poiska kladov i relikviy [Metal detectors for searching for treasures and relics]. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2001, 192 p.
4. *Lyubimov V.V.* Novye pribory dlya izmereniya gradienta istochnikov magnitnogo polya v razlichnykh sredakh. Preprint № 3 (1142) [New devices for measuring the gradient of magnetic field sources in various media. Preprint No. 3 (1142)]. Moscow: IZMIRAN, 2001, 10 p.
5. *Afanas'ev Yu.V.* Sredstva izmereniya magnitnogo polya [Magnetic field measuring instruments]. Moscow: Energiya, 1999, 204 p.
6. *Volkovitskiy A.K., Karshakov E.V., Pavlov B.V.* Magnitogradientnye izmeritel'nye sistemy i komplekсы: monografiya [Magnetogradient measuring systems and complexes: a monograph v 2-kh t. T. I. Printsipy izmereniy i struktura magnitogradientnykh kompleksov [Magnetogradient measuring systems and complexes: a monograph in two vol. Vol. 1. Measurement principles and structure of magnetogradient complexes]. Moscow: IPU RAN, 2018, 149 p.
7. *Volkovitskiy A.K., Karshakov E.V., Pavlov B.V., Tkhorenko M.Yu.* Magnitogradientnye izmeritel'nye sistemy i komplekсы: monografiya v 2-kh t. T. II. Obrabotka informatsii i primeneniye magnitogradientnykh kompleksov [Magnetogradient measuring systems and complexes: a monograph in two vol. Vol. 2. Information processing and application of magnetogradient complexes]. Moscow: IPU RAN, 2018, 135 p.
8. *Vovenko T.A., Volkovitskiy A.K., Pavlov B.V., Karshakov E.V., Tkhorenko M.Yu.* Modeli i struktura bortovykh izmereniy prostranstvennykh fizicheskikh poley [Models and structure of on-board measurements of spatial physical fields], *Problemy upravleniya* [Control sciences], 2015, No. 3, pp. 59-68.
9. *Chadebec O. et al.* A Review of Magnetostatic Moment Method, *IEEE Transaction on Magnetics*, 2006, 4, pp. 515-520.

10. DeVoe H. Optical properties of molecular aggregates. I. Classical model of electronic absorption and refraction, *J. Chem. Phys.*, 1964, 41, pp. 393-400.
11. Lakhtakia A. Strong and Weak Forms of the Method of Moments and the Coupled Dipole Method for Scattering of Time-Harmonic Electromagnetic Fields, *International Journal of Modern Physics C*, 1992, 3, pp. 583-603.
12. Alcaraz de la Osa R. et al. Extended discrete dipole approximation and its application to bianisotropic media, *Optics Express*, 2010, 23, pp. 23865-23871.
13. Kahnert F.M. Numerical methods in electromagnetic scattering theory, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2003, Vol. 79-80, pp. 775-824.
14. Yurkin M.A., Hoekstra A.G. The discrete dipole approximation: an overview and recent developments, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2007, Vol. 106, No. 1-3, pp. 558-589.
15. Jackson J.D. Classical Electrodynamics. New York: John Wiley & Sons Inc., 1999, 808 p.
16. Leliak P. Identification and Evaluation of Magnetic-Field Sources of Magnetic Airborne Detector Equipped Aircraft, *IRE Transactions on Aerospace and Navigational Electronics*, 1961, Vol. ANE-8, No. 3, pp. 95-105.
17. Groom R.L., Jia R. and Lo B. Magnetic Compensation of Magnetic Noises Related to Aircraft's Maneuvers in Airborne Survey, *Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, 2004, pp. 1-8. DOI: 10.4133/1.2923247.
18. Jia J., Lo B. and Groom R. Final Report on Improved Aeromagnetic Compensation, *Report for Ontario Mineral Exploration Technology Program Project # P02-03-043*, 2004, 65 p. DOI: 10.13140/RG.2.1.2072.0402.
19. Noriega G. Aeromagnetic Compensation in Gradiometry – Performance, Model Stability, and Robustness, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, Vol. 12, No. 1, pp. 117-121.
20. Patella D., Mauriello P., Siniscalchi A. A Sea-to-Ground Magnetovariational Method, *Offshore Technology Conference, Houston, Texas*, 1999, pp. 845-850.

Павлов Борис Викторович – Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук; e-mail: pavlov@ipu.ru; г. Москва, Россия; тел.: 89168325170; д.т.н.; г.н.с.

Гольдин Дмитрий Алексеевич – Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук; e-mail: goldind@ipu.ru; г. Москва, Россия; тел.: 89036643884; к.т.н.; с.н.с.

Третьякова Екатерина Алексеевна – Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН); e-mail: ekaterina_tretikova@mail.ru; г. Москва, Россия; тел.: +79379960028; м.н.с.

Pavlov Boris Viktorovich – V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences; e-mail: pavlov@ipu.ru; Moscow, Russia; phone +79168325170; dr. of eng. sc.; chief researcher.

Goldin Dmitry Alekseevich – V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences; e-mail: goldind@ipu.ru; Moscow, Russia; phone: +79036643884; cand. of eng. sc.; senior researcher.

Tretyakova Ekaterina Alekseevna – V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences (ICS RAS); e-mail: ekaterina_tretikova@mail.ru; Moscow, Russia; phone: +79379960028; junior researcher.

УДК 621.396

DOI 10.18522/2311-3103-2025-2-229-240

А.А. Черкасова, А.Ю. Шатилов

САМОПОДСТРАИВАЮЩАЯСЯ МНОГОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА СЛЕЖЕНИЯ ЗА ФАЗОЙ СИГНАЛОВ ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ

Спутниковая навигационная аппаратура зачастую работает в условиях априорной неопределенности параметров взаимной динамики между передатчиком и потребителем и отношения сигнал/шум принимаемых сигналов спутниковых радионавигационных систем. Классические оптимальные системы слежения за фазой сигнала в таких условиях оказываются не оптимальны по критерию минимума дисперсии ошибки. Более того, резкое изменение отношения сигнал/шум или