

19. *Khisamutdinov M.V., Korovin Ya.S.* Fil'tratsiya izobrazheniy v tselyakh vydeleniya ellipsov v sisteme beskontaktnogo opredeleniya raznovysotnosti teplovydelyayushchikh sborok aktivnoy zony reaktora tipa VVER-1000 [image filtering in order to isolate ellipses in the system of non-contact determination of the different heights of the fuel assemblies of the reactor core of the VVER-1000 type], *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, automation, control], 2011, No. 4, pp. 42-44.
20. *Khisamutdinov M.V., Korovin Ya.S.* Metod vychisleniya koordinat vysoty izdeliy v sisteme beskontaktnogo opredeleniya raznovysotnosti TVS aktivnoy zony reaktora [Method of calculating the coordinates of the height of products in the system of contactless determination of the different heights of the fuel assemblies of the reactor core], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2010, No. 12, pp. 142-148.
21. *Rusinov M.M.* Kompozitsiya opticheskikh system [Composition of optical systems]. Moscow: Mashinostroenie, 2011, 384 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.В. Боженюк.

**Сердюков Павел Сергеевич** – Южный федеральный университет; e-mail: serdyukov-pavel@mail.ru; г. Таганрог, Россия; аспирант.

**Румянцев Константин Евгеньевич** – e-mail: rke2004@mail.ru; тел.: +78634371902; кафедра информационной безопасности телекоммуникационных систем; зав. кафедрой; д.т.н.; профессор.

**Serdyukov Pavel Sergeevich** – Southern Federal University; e-mail: serdyukov-pavel@mail.ru; Taganrog, Russia; graduate student.

**Rumyantsev Konstantin Evgenyevich** – e-mail: rke2004@mail.ru; phone: +78634371902; the department of information security of telecommunication systems; head of department; dr. of eng.sc.; professor.

УДК 681.883

DOI 10.18522/2311-3103-2022-6-128-139

**А.А. Марьев**

### **О ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА БЫСТРОГО ЦИФРОВОГО ФОРМИРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАПРАВЛЕННОСТИ В СИСТЕМАХ ЛОКАЦИИ СО СЛОЖНЫМИ СИГНАЛАМИ**

*Работа относится к области гидроакустики, а именно к задаче цифрового формирования характеристик направленности (ЦФХН) на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ) по пространству в многолучевом эхолоте (МЛЭ) с квадратурной цифровой обработкой сигналов. Рассматривается вопрос применимости ЦФХН на основе БПФ при использовании относительно широкополосных зондирующих сигналов. Основное внимание уделяется МЛЭ со статичным веером лучей (характеристик направленности), в то же время полученные результаты применимы и для систем локации, обеспечивающих динамическое управление лучом. Целью исследования является установление связи между относительной шириной спектра зондирующего сигнала и уровнем полезного сигнала в пространственном канале МЛЭ с заданным наибольшим отклонением луча от нормали. Определено качественное условие применимости ЦФХН на основе БПФ по пространству для зондирующего сигнала с заданной относительной полосой. Получено аналитическое выражение, связывающее коэффициент ослабления сигнала в пространственном канале со следующими характеристиками сигнала и приемника: число элементов линейной эквидистантной антенной решетки (АР), расстояние между элементами АР, угол отклонения луча от нормали, корреляционная функция комплексной огибающей зондирующего сигнала, оконная функция для весовой обработки отклика согласованного фильтра (СФ) в спектральной области. Приведенные результаты могут быть полезны при проектировании многолучевых эхолотов, обеспечивающих высокое разрешение как по дальности, так и по угловым координатам.*

*Многолучевой эхолот; характеристика направленности; быстрое преобразование Фурье; относительная ширина спектра; антенная решетка.*

A.A. Maryev

**ON THE APPLICABILITY OF FAST DIGITAL BEAM FORMING METHOD  
FOR SONAR SYSTEMS WITH COMPLEX SIGNALS**

*This work belongs to the field of hydroacoustics, namely to the problem of digital beamforming based on spatial fast Fourier transform (FFT) in a multibeam echo sounder (MLS) with baseband digital signal processing. The applicability of FFT-based beamforming when using relatively broadband signals is considered. The main attention is paid to the MLS with a static beam pattern, at the same time, obtained results are also applicable to ranging systems that provide dynamic beam control. The aim of the study is to establish the relationship between the relative width of the signal spectrum and signal level in the spatial channel of the MLS with a given maximum beam steering. A qualitative condition for the applicability of FFT-based spatial beamforming for a probing signal with a given relative bandwidth is determined. An analytical expression linking the signal attenuation coefficient in the spatial channel with the following signal and receiver characteristics was obtained: the number of elements of the linear equidistant antenna array, the distance between array elements, beam steering, the correlation function of the complex envelope of the signal, the window function for weighting the matched filter response in spectral domain. Presented results can be useful in designing multibeam echo sounders, providing high resolution both in range and in angular coordinates.*

*Multibeam sonar; directional pattern; fast Fourier transform; narrowband signal; antenna array.*

**Введение.** Многолучевые эхолоты (МЛЭ) являются эффективным средством для исследования рельефа дна водоемов (батиметрии), поиска подводных объектов и наблюдения за ними, а также для выполнения ряда других задач [1-4].

Требования к характеристикам МЛЭ, в частности, к разрешению по дальности и по углу, постоянно повышаются, для их выполнения необходимо применение крупных антенных решеток, а также сложных и относительно широкополосных сигналов, например, импульсов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) [5, 6].

В современных МЛЭ применяется цифровая обработка сигналов, выполняемая при помощи микропроцессоров и программируемых логических интегральных схем. Наиболее ресурсоемкой процедурой при обработке сигналов в МЛЭ является цифровое формирование характеристик направленности (ЦФХН), в ходе которого из сигналов, принятых элементами антенной решетки приемника (будем называть их сигналами элементарных каналов), получаются сигналы пространственных каналов [7, 8].

Для обработки узкополосных сигналов широко применяется вычислительно эффективный алгоритм ЦФХН в спектральной области на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ) по пространству [9–12]. Целью проведенного исследования было определение условий применимости указанного алгоритма ЦФХН при обработке относительно широкополосных сигналов.

**Геометрия задачи.** Ниже для упрощения задачи рассматривается случай двумерной задачи локации, который может быть обобщен на случай трехмерной задачи.

На рис. 1 представлена геометрия задачи.

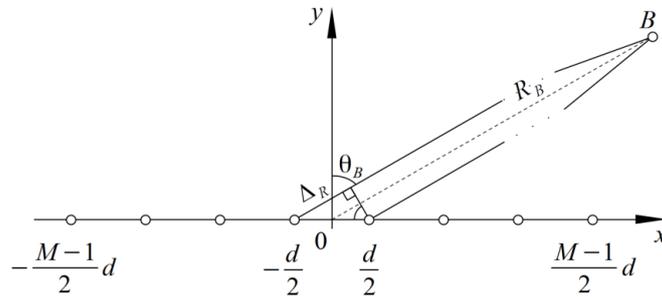


Рис. 1. Прием сигнала, отраженного от объекта в точке  $B$ , элементами линейной эквидистантной антенной решетки

Объект в точке  $B$  с полярными координатами  $R_B, \theta_B$  находится в дальней зоне антенной решетки (АР) приемника МЛЭ с фазовым центром в начале координат. Ненаправленная антенна передатчика расположена в начале координат (на рис. 1 не показана) и излучает зондирующий импульсный сигнал

$$s(t) = A(t)\cos(\omega_0 t + \psi(t)), 0 \leq t \leq t_{\text{и}}, \quad (1)$$

где  $A(t)$  – огибающая сигнала (закон внутриимпульсной амплитудной модуляции);  
 $\omega_0$  – несущая частота;  
 $\psi(t)$  – закон внутриимпульсной угловой модуляции;  
 $t_{\text{и}}$  – длительность импульса.

АР приемника содержит  $M$  ненаправленных элементов, расположенных на равных расстояниях  $d$  (на рис. 1  $M$  четное).

Формирование характеристик направленности методом задержки и сложения. Введем обозначение для отраженного сигнала в начале координат:

$$\begin{aligned} x_B(t) &= s(t - \tau_B) = A(t - \tau_B)\cos(\omega_0(t - \tau_B) + \psi(t - \tau_B)) = \\ &= A(t - \tau_B)\cos(\omega_0 t + \psi(t - \tau_B) - \omega_0 \tau_B), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\tau_B$  – запаздывание отраженного сигнала, вернувшегося в начало координат.

Отраженный сигнал принимается каждым элементом АР. Точка  $B$  находится в дальней зоне АР [13], поэтому линии, соединяющие точку  $B$  с каждым из элементов АР, можно считать приблизительно параллельными. При этом разность хода  $\Delta_R$  между соседними элементами составляет

$$\Delta_R = d\sin\theta_B. \quad (3)$$

Сигнал, принятый  $m$ -м элементом АР:

$$x_m(t) = x_B(t + \tau_m) = A(t - \tau_B + \tau_m)\cos(\omega_0 t + \psi(t - \tau_B + \tau_m) - \omega_0 \tau_B - \tau_m), \quad (4)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  – номер элемента АР;

$\tau_m = \left(m - \frac{M-1}{2}\right) \frac{d}{c} \sin\theta_B$  – задержка сигнала  $x_B(t)$  относительно сигнала  $x_m(t)$ ,  
 $c$  – скорость распространения колебаний.

Для формирования характеристики направленности (ХН) АР с максимумом в направлении  $\theta_B$  необходимо скомпенсировать задержки  $\tau_m$  и сложить полученные сигналы. Таким образом, сигнал в пространственном канале определяется выражением:

$$x_{\Pi}(t, \theta_B) = \sum_{m=0}^{M-1} x_m(t - \tau_m) = Mx_B(t). \quad (5)$$

Сумма задержанных сигналов (5) эквивалентна сумме в спектральной области следующего вида:

$$X_{\Pi}(j\omega, \theta_B) = \sum_{m=0}^{M-1} X_m(j\omega) e^{-j\omega\tau_m} = MX_B(j\omega), \quad (6)$$

где  $X_m(j\omega) = \int_0^{t_n} x_m(t) e^{-j\omega t} dt = \mathcal{F}\{x_m(t)\}$  – спектральная плотность (прямое преобразование Фурье) сигнала в  $m$ -м элементарном канале;

$X_B(j\omega) = \mathcal{F}\{x_B(t)\}$ ,  $X_{\Pi}(j\omega, \theta_B) = \mathcal{F}\{x_{\Pi}(t, \theta_B)\}$  – спектральные плотности сигналов  $x_B(t)$  и  $x_{\Pi}(t, \theta_B)$  соответственно.

При квадратурной обработке формирование ХН выполняется не по сигналам в элементарных каналах (4), а по их комплексным огибающим [14-16]:

$$\dot{A}_{\Pi}(t, \theta_B) = \sum_{m=0}^{M-1} \dot{A}_m(t - \tau_m) e^{-j\omega_0\tau_m} = M\dot{A}_B(t), \quad (7)$$

где  $\dot{A}_{\Pi}(t, \theta_B)$  – комплексная огибающая сигнала (5);

$\dot{A}_m(t) = A(t - \tau_B + \tau_m) e^{j\psi(t - \tau_B + \tau_m)} e^{-j\omega_0(\tau_B - \tau_m)}$  – комплексная огибающая сигнала (4);

$\dot{A}_B(t) = A(t - \tau_B) e^{j\psi(t - \tau_B)} e^{-j\omega_0\tau_B}$  – комплексная огибающая сигнала (2).

Эквивалентные преобразования в спектральной области:

$$X_{A,\Pi}(j\omega, \theta_B) = \sum_{m=0}^{M-1} X_{A,m}(j\omega) e^{-j\omega\tau_m} e^{-j\omega_0\tau_m} = MX_{A,B}(j\omega), \quad (8)$$

где  $X_{A,\Pi}(j\omega, \theta_B) = \mathcal{F}\{\dot{A}_{\Pi}(t, \theta_B)\}$ ,  $X_{A,m}(j\omega, \theta_B) = \mathcal{F}\{\dot{A}_m(t, \theta_B)\}$ ,  $X_{A,B}(j\omega, \theta_B) = \mathcal{F}\{\dot{A}_B(t, \theta_B)\}$ .

Выражения (7) и (8) являются математическим описанием формирования ХН методом задержки и сложения во временной и в спектральной области соответственно. При использовании цифровой обработки сигналов формирование ХН во временной области возможно лишь для дискретного набора задержек  $\tau_m$ , кратных периоду дискретизации, поэтому чаще применяется ЦФХН в спектральной области.

Метод задержки и сложения применим как для узкополосных, так и для широкополосных сигналов, а также позволяет произвольно задавать направление максимума ХН. Существенным недостатком метода является чрезмерная вычислительная сложность при работе с веером из большого числа ХН.

**Формирование характеристик направленности на основе БПФ по пространству.** Если зондирующий сигнал узкополосный, выражение (8) может быть упрощено, так как задержку по времени можно не учитывать, выполняя только поворот фазы на  $-\omega_0\tau_m$ :

$$X_{A,\Pi}(j\omega, \theta_B) \approx \sum_{m=0}^{M-1} X_{A,m}(j\omega) e^{-j\omega_0\tau_m}. \quad (9)$$

Производя подстановку  $\tau_m = \left(m - \frac{M-1}{2}\right) \frac{d}{c} \sin\theta_B$ , представим выражение (9) в виде:

$$X_{A,\Pi}(j\omega, \theta_B) \approx \sum_{m=0}^{M-1} X_{A,m}(j\omega) e^{-j\omega_0 \left(m - \frac{M-1}{2}\right) \frac{d}{c} \sin\theta_B}. \quad (10)$$

Как правило, шаг АР выбирается равным половине длины волны  $\lambda$ :  $d = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f_0}$  – так как при этом обеспечивается наибольший размер антенны при отсутствии побочных максимумов ХН. При этом множители в показателе экспоненты сокращаются:

$$\omega_0 \frac{d}{c} = 2\pi f_0 \frac{c}{2f_0 c} = \pi, \quad (11)$$

тогда приведем (10) к виду:

$$\begin{aligned} X_{A,\Pi}(j\omega, \theta_B) &\approx \sum_{m=0}^{M-1} X_{A,m}(j\omega) e^{-j\pi(m-\frac{M-1}{2})\sin\theta_B} = \\ &= e^{j\pi\frac{M-1}{2}\sin\theta_B} \sum_{m=0}^{M-1} X_{A,m}(j\omega) e^{-j\pi m \sin\theta_B}. \end{aligned} \quad (12)$$

Структура суммы в (12) соответствует вычислению одного отсчета дискретного преобразования Фурье (ДПФ) по пространству, поэтому вычисления могут быть произведены по алгоритму Герцеля (для следящих систем) [17] или по алгоритму БПФ (для формирования статичного веера ХН) [18, 19].

Далее рассмотрим применение БПФ и определим направления максимумов ХН статичного веера. При ЦФХН БПФ по пространству выполняется над массивами отсчетов БПФ по времени, которые соответствуют дискретной сетке частот  $\omega_k$ :

$$\omega_k = \begin{cases} \frac{2\pi k F_D}{N}, 0 \leq k < \frac{N}{2}; \\ \frac{2\pi(k-N)F_D}{N}, \frac{N}{2} \leq k \leq N-1, \end{cases} \quad (13)$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots, N$  – номер отсчета БПФ по времени;

$N$  – размер массива БПФ по времени;

$F_D$  – частота дискретизации в герцах.

Для упрощения выражений далее будет использоваться непрерывная частота  $\omega$ . Чтобы получить расчетные формулы, достаточно произвести замену непрерывной частоты  $\omega$  на  $\omega_k$ .

БПФ по пространству определяется выражением:

$$X_{A,\Pi}(j\omega, l) = \sum_{m=0}^{M-1} X_{A,m}(j\omega) e^{-j\frac{2\pi ml}{M}}, l = 0, 1, 2, \dots, M-1. \quad (14)$$

Сравнение выражений (14) и (12) позволяет составить уравнение для определения направления  $\theta_l$  ХН в каждом из пространственных каналов:

$$\frac{2l}{M} = \sin\theta_l. \quad (15)$$

Решения уравнения (15) имеют вид:

$$\theta_l = \arcsin\left(\frac{2l}{M}\right) \quad (16)$$

и существуют только при  $\left|\frac{2l}{M}\right| \leq 1$ , что не выполняется при  $l > \frac{M}{2}$ . Для определения направления максимума ХН в пространственных каналах с номерами  $l > \frac{M}{2}$  следует воспользоваться свойством периодичности БПФ по аналогии с выражением (13):

$$\theta_l = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{2l}{M}\right), 0 \leq l < \frac{M}{2}, \\ \arcsin\left(\frac{2(l-M)}{M}\right), \frac{M}{2} \leq l \leq M-1. \end{cases} \quad (17)$$

Из выражения (17) следует, что первая половина пространственных каналов соответствует ХН с нарастающими отклонениями с положительными значениями  $\theta_l$  (правая половина веера), а вторая половина пространственных каналов соответствует ХН с нарастающими (убывающими по модулю) отрицательными отклонениями  $\theta_l$  (левая половина веера).

Достоинством метода ЦФХН на основе БПФ по пространству является существенное (на порядки) снижение вычислительных затрат. Недостатками являются неравномерное распределение направлений ХН веера и применимость лишь для узкополосных сигналов. Последнее ограничение приводит к потерям при использовании относительно широкополосных сигналов. С ростом отклонения ХН от нормали расширяется её главный лепесток и уменьшается его величина (ухудшается отношение сигнал/шум).

Далее для краткости метод ЦФХН на основе БПФ по пространству будем называть быстрым методом ЦФХН. Исследуем его влияние на величину максимума ХН при использовании относительно широкополосных сигналов.

**Анализ условий применимости быстрого метода ЦФХН.** Для выполнения приближенного равенства (9) необходимо и достаточно, чтобы в выражении (8) в полосе сигнала множитель, отсутствующий в (9), был приблизительно равен единице:

$$e^{-j\omega\tau_m} = e^{-j\omega\left(m - \frac{M-1}{2}\right)\frac{d}{c}\sin\theta_l} \approx 1, \quad -\frac{\Delta\omega}{2} \leq \omega \leq \frac{\Delta\omega}{2}, \quad (18)$$

где  $\Delta\omega$  – полоса зондирующего сигнала.

Приближенное равенство (18) выполняется при условии:

$$\left| \omega \left( m - \frac{M-1}{2} \right) \frac{d}{c} \sin\theta_l \right| \ll \pi, \quad -\frac{\Delta\omega}{2} \leq \omega \leq \frac{\Delta\omega}{2}. \quad (19)$$

При выборе  $d = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f_0}$ , переходя к полосе частот в герцах путем замены  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ , получим:

$$\frac{2\pi\Delta f}{2} \frac{M-1}{2} \frac{c}{2f_0c} \sin\theta_l \ll \pi. \quad (20)$$

Сокращая дроби и оставляя в левой части только параметры зондирующего сигнала, получим из (20) выражение:

$$\frac{\Delta f}{f_0} \ll \frac{4}{(M-1)\sin\theta_l}. \quad (21)$$

В соответствии с (21) допустимая относительная полоса сигнала обратно пропорциональна числу элементов АР и углу отклонения луча ХН. Приведем пример для типового наибольшего отклонения ХН веера  $\theta_l = 60^\circ$  ( $\sin\theta_l = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ) и АР из 64 элементов:

$$\frac{\Delta f}{f_0} \ll \frac{8}{(64-1)\sqrt{3}} \approx 0,073, \quad (22)$$

таким образом, при использовании АР из 64 элементов и электронном отклонении луча на  $60^\circ$  быстрый метод ЦФХН даст результат, близкий к методу задержки и сложения, если относительная полоса сигнала много меньше 0,073.

Выражение (21) дает лишь качественное представление об условиях применимости быстрого метода ЦФХН, при этом не учитывается форма сигнала и его спектра. Получим выражение для оценки уменьшения величины максимума ХН при использовании быстрого метода ЦФХН. Расчет выполним для упрощенной структурной схемы МЛЭ, показанной на рис. 2.

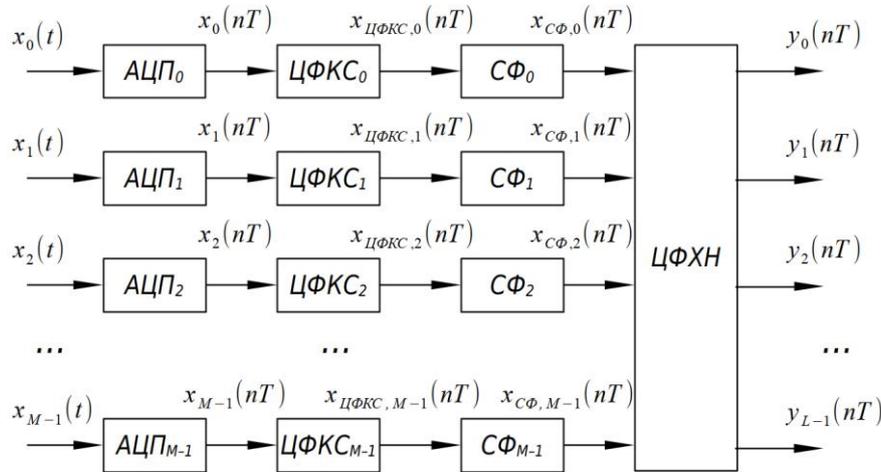


Рис. 2. Упрощенная структурная схема МЛЭ

Сигналы элементарных каналов подаются на аналого-цифровые преобразователи (АЦП). Полученные на их выходах цифровые сигналы с частотой дискретизации  $F_d = 1/T$  подаются на входы цифровых формирователей квадратурных составляющих (ЦФКС), которые выполняют выделение комплексной огибающей. Полученные комплексные сигналы подаются на согласованные фильтры (СФ), которые согласованы с комплексной огибающей излученного сигнала. Отклики всех СФ подаются на цифровой формирователь характеристик направленности, который выполняет БПФ сигнала по времени в каждом элементарном канале, а затем выполняет БПФ по пространству в соответствии с выражением (14). Полученные спектральные отсчеты для каждого из  $L$  пространственных каналов подвергаются обратному БПФ по времени для получения отсчетов сигналов пространственных каналов. Количество пространственных каналов  $L$  в общем случае может превышать количество элементарных каналов  $M$  – для этого перед выполнением БПФ по пространству производится дополнение массива  $L - M$  нулевыми отсчетами.

Из теории сигналов известно, что отклик СФ на воздействие в виде комплексной огибающей зондирующего сигнала совпадает по форме с корреляционной функцией комплексной огибающей зондирующего сигнала. Считая, что точка  $B$  неподвижна относительно антенны МЛЭ и не учитывая влияние помех, представим отклик  $m$ -го СФ в виде:

$$x_{СФ,m}(nT) \approx a \dot{R}_A(nT - \tau_B + \tau_m - t_n) e^{-j\omega_0(\tau_B - \tau_m)}, \quad (23)$$

где  $a$  – константа, учитывающая все факторы, изменяющие уровень отраженного сигнала относительно излученного сигнала (затухание в среде, силу цели, несимметричные коэффициенты передачи узлов и др.);

$\dot{R}_A(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{A}(t) \dot{A}^*(t - \tau) dt$  – корреляционная функция комплексной огибающей зондирующего сигнала (« $\dot{\phantom{x}}$ » означает комплексное сопряжение).

Знак приближенного равенства в (23) учитывает, что СФ является дискретным фильтром, и отсчеты на его выходе незначительно отличаются от дискретных отсчетов корреляционной функции  $\dot{R}_A(\tau)$ . В дальнейших выражениях этими различиями будем пренебрегать для упрощения формул.

Формирование ХН для  $l$ -го пространственного канала по формуле (7) приведет к компенсации задержек  $\tau_{m,l} = \left(m - \frac{M-1}{2}\right) \frac{d}{c} \sin\theta_l$ , умножению отклика каждого СФ (23) на фазовый множитель  $e^{-j\omega_0\tau_{m,l}}$  и сложению результатов:

$$\begin{aligned} y_l(nT) &= \sum_{m=0}^{M-1} x_{\text{СФ},m}(nT - \tau_{m,l}) e^{-j\omega_0\tau_{m,l}} = \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} a \dot{R}_A(nT - \tau_B + \tau_{m,l} - t_n - \tau_{m,l}) e^{-j\omega_0(\tau_B - \tau_{m,l})} e^{-j\omega_0\tau_{m,l}} = \\ &= a \sum_{m=0}^{M-1} \dot{R}_A(nT - \tau_B - t_n) e^{-j\omega_0\tau_B} = Ma \dot{R}_A(nT - \tau_B - t_n) e^{-j\omega_0\tau_B}. \end{aligned} \quad (24)$$

Пиковое значение модуля сигнала (24) наблюдается в момент  $nT = \tau_B + t_n$  и определяется энергией зондирующего сигнала:

$$|y_l(\tau_B + t_n)| = 2MaE_s. \quad (25)$$

Коэффициент 2 в выражении (25) учитывает, что максимум модуля корреляционной функции комплексной огибающей сигнала равен энергии комплексной огибающей, которая, в свою очередь, равна удвоенной энергии узкополосного сигнала.

Вероятность того, что значение  $\tau_B + t_n$  окажется кратным периоду дискретизации  $T$ , стремится к нулю, поэтому пиковое значение модуля сигнала (24) в общем случае несколько меньше, чем правая часть (25). Для упрощения выражений здесь и ниже влияние дискретности времени не учитывается, что справедливо, если частота дискретизации достаточно велика.

Формирование ХН по формуле (9) эквивалентно умножению отклика каждого СФ (23) на фазовый множитель  $e^{-j\omega_0\tau_{m,l}}$  и сложению результатов:

$$\begin{aligned} y_l(nT) &= \sum_{m=0}^{M-1} x_{\text{СФ},m}(nT) e^{-j\omega_0\tau_{m,l}} = \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} a \dot{R}_A(nT - \tau_B + \tau_{m,l} - t_n) e^{-j\omega_0(\tau_B - \tau_{m,l})} e^{-j\omega_0\tau_{m,l}} = \\ &= a \sum_{m=0}^{M-1} \dot{R}_A(nT - \tau_B + \tau_{m,l} - t_n) e^{-j\omega_0\tau_B}. \end{aligned} \quad (26)$$

Если все  $|\tau_{m,l}|$  много меньше ширины главного лепестка корреляционной функции  $\dot{R}_A(\tau)$ , то пиковое значение модуля сигнала (26) также наблюдается в момент  $nT = \tau_B + t_n$  и определяется выражением:

$$|y_l(\tau_B + t_n)| = \left| a \sum_{m=0}^{M-1} \dot{R}_A(\tau_{m,l}) \right|. \quad (27)$$

Поделив правую часть (27) на правую часть (25), получим ослабление максимума отклоненной на  $\theta_l$  ХН, которое обусловлено применением быстрого метода ЦФХН:

$$K(\theta_l) = \frac{1}{2ME_s} \left| \sum_{m=0}^{M-1} \dot{R}_A(\tau_{m,l}) \right| = \frac{1}{2ME_s} \left| \sum_{m=0}^{M-1} \dot{R}_A \left( \left[ m - \frac{M-1}{2} \right] \frac{d}{c} \sin\theta_l \right) \right|. \quad (28)$$

Анализ выражения (28) показывает, что ослабление тем значительнее, чем быстрее меняется  $\dot{R}_A(\tau)$  (т.е. чем больше относительная полоса сигнала), чем больше элементов АР и чем выше угол  $\theta_l$  отклонения ХН от нормали к плоскости расположения АР.

При цифровой согласованной фильтрации, как правило, выполняется весовая обработка в спектральной области для подавления боковых лепестков отклика СФ [20]. Умножению спектральной плотности отклика СФ на окно  $w(\omega)$  соответствует свертка отклика СФ с обратным преобразованием Фурье от окна. Отклик СФ с учетом весовой обработки принимает вид:

$$\tilde{x}_{\text{CF},m}(nT) = a\tilde{R}_A(nT - \tau_B + \tau_m - t_n)e^{-j\omega_0(\tau_B - \tau_m)}, \quad (29)$$

Где  $\tilde{R}_A(nT - \tau_B + \tau_m - t_n) = \tilde{R}_A(nT - \tau_B + \tau_m - t_n) * W(nT)$  – свертка,

$W(nT) = \mathcal{F}^{-1}\{w(\omega)\}$  – обратное преобразование Фурье от окна.

Весовая обработка приводит к уменьшению пикового значения отклика СФ, поэтому в выражении (28) следует дополнить знаменатель:

$$\tilde{K}(\theta_l) = \frac{1}{2ME_s\langle w \rangle} \left| \sum_{m=0}^{M-1} \tilde{R}_A \left( \left[ m - \frac{M-1}{2} \right] \frac{d}{c} \sin\theta_l \right) \right|, \quad (30)$$

где  $\langle w \rangle = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} w(\omega) d\omega$  – среднее значение весовой функции.

Добавление множителя  $\langle w \rangle$  обеспечивает сравнение максимума ХН, полученной быстрым методом ЦФХН, с максимумом ХН, полученной методом задержки и сложения при использовании той же оконной функции  $w(\omega)$  для весовой обработки спектра отклика СФ.

**Результаты экспериментов.** На рисунке 3, а и б приведены соответственно результаты расчетов по формулам (28) и (30) для зондирующего ЛЧМ-сигнала с прямоугольной огибающей, база сигнала равна 100. Расстояние между элементами АР равно половине длины волны, ХН отклонена на  $60^\circ$  от нормали.

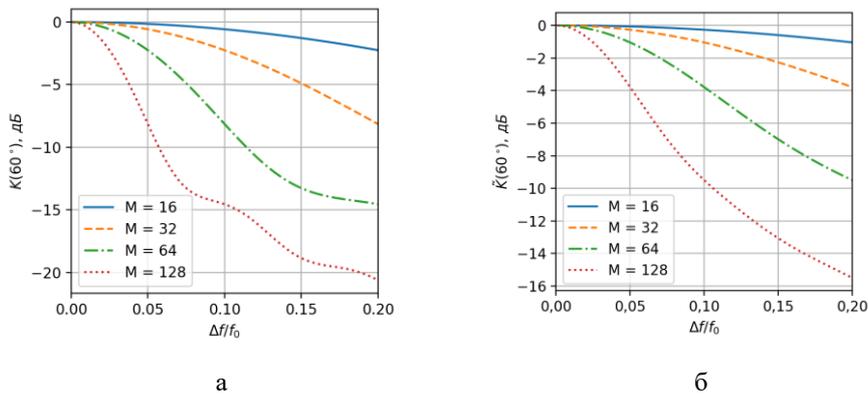


Рис. 3. Зависимости ослабления максимума ХН от относительной полосы сигнала при отклонении от нормали на  $60^\circ$  для разных  $M$ : а – без весовой обработки в спектральной области; б – с весовой обработкой в спектральной области окном Хэмминга

Приведенные результаты показывают, что весовая обработка в спектральной области уменьшает потери, вызванные применением быстрого метода ЦФХН.

Например, считая приемлемым ослабление сигнала в пространственном канале на 6 дБ, по графикам определим, что в отсутствие весовой обработки для АР из 64 элементов допустимо применение сигнала с относительной полосой не более 0,07. При использовании весовой обработки окном Хэмминга относительная полоса может быть расширена до 0,13, то есть почти вдвое. Такой результат может быть объяснен тем, что весовая обработка приводит к искусственному сужению спектра отклика СФ.

Следует отметить, что весовая обработка приводит к дополнительному уменьшению пикового значения отклика СФ. В случае окна Хэмминга – примерно на 5,35 дБ. Поэтому без введения в знаменатель выражения (30) множителя  $\langle w \rangle$  все графики на рис. 3,б) лежали бы на 5,35 дБ ниже.

**Заключение.** В ходе исследования установлено качественное условие применимости быстрого метода ЦФХН для зондирующего сигнала с заданной относительной шириной спектра. Также получены аналитические выражения, позволяющие исследовать зависимость уменьшения максимума ХН от следующих параметров:

- ◆ отклонение луча от нормали к плоскости расположения АР;
- ◆ числа элементов АР;
- ◆ расстояния между элементами АР;
- ◆ относительной ширины спектра зондирующего сигнала;
- ◆ вида оконной функции, используемой для весовой обработки с целью снижения уровня боковых лепестков отклика СФ.

Получены зависимости ослабления максимума ХН, отклоненной на  $60^\circ$  от нормали, от относительной ширины спектра прямоугольного ЛЧМ-импульса с базой 100 при различных размерах АР для СФ без весовой обработки и для СФ с весовой обработкой окном Хэмминга в спектральной области.

Полученные результаты могут быть полезны при проектировании МЛЭ для поиска параметров зондирующего сигнала и АР приемника, обеспечивающих требования к разрешению по дальности и углу.

Приведенные выражения и экспериментальные результаты для двумерной задачи могут быть обобщены на случай локации в трехмерном пространстве.

Помимо ослабления максимума ХН, при исследовании пределов применимости быстрого метода ЦФХН могут быть использованы и другие критерии: расширение главного лепестка ХН, отклонение максимума ХН от расчетного положения. Однако их аналитическое исследование существенно более трудоемко, поэтому предпочтительнее использовать численное моделирование МЛЭ.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Катенин В.А., Бойков А.В., Чернухо Г.С., Катенин А.В. Теория, устройство и способы использования многолучевого эхолота: учеб. пособие. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2013. – 202 с.
2. Zhou T., Li S., Li H. and Yin L. Application of aperture extrapolation beamformer in multibeam bathymetric sonar // IEEE 10th International Conference on Signal Processing Proceedings. – 2010. – P. 2349-2352.
3. Jung J., Park J., Choi J. and Choi H. Terrain Based Navigation for an Autonomous Surface Vehicle with a Multibeam Sonar // OCEANS 2019 – Marseille. – 2019. – P. 1-4.
4. Маркович И.И., Душенин Ю.В. Применение поисковых многолучевых гидроакустических средств с цифровой пространственно-временной обработкой сигналов в амфибийной авиации // Гидроавиасалон-2014: X международная научная конференция по гидроавиации, сборник докладов, Геленджик, 05–06 сентября 2014 года. – Геленджик: Издательский отдел ЦАГИ, 2014. – С. 231-237.
5. Маркович И.И. Цифровая обработка сигналов в системах и устройствах. – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2012. – 234 с.
6. Кривцов А.П., Смольянинов И.В. Алгоритм коррекции эхо-сигналов в многолучевом эхолоте с ЛЧМ зондирующим сигналом // Журнал радиоэлектроники. – 2020. – № 2. – С. 9.
7. Зайцев А.А., Маркович И.И. Цифровая пространственно-временная обработка гидроакустических сигналов в многолучевых эхолотах и впередсмотрящих локаторах // Фундаментальная наука – военно-морскому флоту: Матер. круглого стола в рамках VI Международного военно-морского салона (МВМС-2013), Москва, 02 июля 2013 года. – М.: Рекламно-издательский центр "Техносфера", 2014. – С. 203-218.
8. Маркович И.И. Цифровая пространственно-временная обработка сигналов в многолучевом гидролокаторе морского подводного робототехнического комплекса // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2019. – № 1 (203). – С. 239-248.
9. Knight W.C., Pridham R.G. and Kay S.M. Digital signal processing for sonar // in Proceedings of the IEEE. – Nov. 1981. – Vol. 69, No. 11. – P. 1451-1506.

10. Okino M. and Higashi Y. Measurement of seabed topography by multibeam sonar using CFFT // in IEEE Journal of Oceanic Engineering. – October 1986. – Vol. 11, No. 4. – P. 474-479.
11. Shah G.S. and Talukdar K.K. A study of enhanced signal processing on multibeam bathymetric data // Oceans '99. MTS/IEEE. Riding the Crest into the 21st Century. Conference and Exhibition. Conference Proceedings (IEEE Cat. No.99CH37008). – 1999. – Vol. 2. – P. 904-909.
12. Barbu M., Kaminsky E.J., & Trahan R.E. (n.d.). Fractional Fourier Transform for Sonar Signal Processing // Proceedings of OCEANS 2005 MTS/IEEE.
13. Зарайский В.А., Тюрин А.М. Теория гидролокации. – Л.: ВМА, 1973. – 604 с.
14. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки "Радиотехника". – 5-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.
15. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов по специальности "Радиотехника". – 5-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2005 (ГУП Смол. обл. тип. им. В.И. Смирнова). – 462 с.
16. Федосов В.П. Радиотехнические цепи и сигналы: для самостоятельного изучения: учеб. пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004. – 208 с.
17. Maranda B. Efficient digital beamforming in the frequency domain // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1989. – Vol. 86 (5). – P. 1813-1819.
18. Рабинер Л., Гоулд Р. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978.
19. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Изд-во «Питер», 2002. – 608 с.
20. Маркович И.И. Алгоритм цифровой пространственно-временной обработки сигналов локатора препятствий с измерением скорости и направления движения подводных объектов // Суперкомпьютерные технологии (СКТ-2018): Матер. 5-й Всероссийской научно-технической конференции: в 2-х т. Ростов-на-Дону, 17–22 сентября 2018 года. – Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2018.

## REFERENCES

1. Katenin V.A., Boykov A.V., Chernukho G.S., Katenin A.V. Teoriya, ustroystvo i sposoby ispol'zovaniya mnogoluchevogo ekholota: ucheb. posobie [Theory, device and methods of using a multipath echo sounder: textbook]. Moscow: Moskovskaya gosudarstvennaya akademiya vodnogo transporta, 2013, 202 p.
2. Zhou T., Li S., Li H. and Yin L. Application of aperture extrapolation beamformer in multibeam bathymetric sonar, *IEEE 10th International Conference on Signal Processing Proceedings*, 2010, pp. 2349-2352.
3. Jung J., Park J., Choi J. and Choi H. Terrain Based Navigation for an Autonomous Surface Vehicle with a Multibeam Sonar, *OCEANS 2019 - Marseille*, 2019, pp. 1-4.
4. Markovich I.I., Dushenin Yu.V. Primenenie poiskovykh mnogoluchevykh gidroakusticheskikh sredstv s tsifrovoy prostranstvenno-vremennoy obrabotkoy signalov v amfibiyonoy aviatsii [Application of search multipath sonar with digital spatial-temporal signal processing in amphibious aviation], *Gidroaviatsalon-2014: X mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya po gidroaviatsii: Sb. dokladov. Gelendzhik, 05–06 sentyabrya 2014 goda* [Gidroaviatsalon-2014: X International Scientific Conference on hydroaviation: Collection of reports. Gelendzhik, 05-06 September 2014]. Gelendzhik: Izdatel'skiy otdel TsAGI, 2014, pp. 231-237.
5. Markovich I.I. Tsifrovaya obrabotka signalov v sistemakh i ustroystvakh [Digital signal processing in systems and devices]. Rostov-on-Don: YuFU, 2012, 234 p.
6. Krivtsov A.P., Smol'yaninov I.V. Algoritm korrektsii ekho-signalov v mnogoluchevom ekholote s LChM zondiruyushchim signalom [Algorithm of correction of echo signals in a multipath echo sounder with an LFM sounding signal], *Zhurnal radioelektroniki* [Journal of Radio Electronics], 2020, No. 2, pp. 9.
7. Zaytsev A.A., Markovich I.I. Tsifrovaya prostranstvenno-vremennaya obrabotka gidroakusticheskikh signalov v mnogoluchevykh ekholotakh i vperedsmotryashchikh lokatorakh [Digital space-time processing of sonar signals in multipath echo sounders and forward-looking locators], *Fundamental'naya nauka – voenno-morskoye flotu: Mater. kruglogo stola v ramkakh VI Mezhdunarodnogo voenno-morskogo salona (MVMS-2013), Moskva, 02 iyulya 2013 goda* [Fundamental Science - to the Navy: Materials of the round table within the framework of the VI International Naval Salon (MVMS-2013), Moscow, July 02, 2013]. Moscow: Reklamno-izdatel'skiy tsentr "Tekhnosfera", 2014, pp. 203-218.

8. *Markovich I.I.* Tsifrovaya prostranstvenno-vremennaya obrabotka signalov v mnogoluchevom gidrolokatore morskogo podvodnogo robototekhnicheskogo kompleksa [Digital spatiotemporal signal processing in a multipath sonar of a marine underwater robotic complex], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2019, No. 1 (203), pp. 239-248.
9. *Knight W.C., Pridham R.G. and Kay S.M.* Digital signal processing for sonar, in *Proceedings of the IEEE*, Nov. 1981, Vol. 69, No. 11, pp. 1451-1506.
10. *Okino M. and Higashi Y.* Measurement of seabed topography by multibeam sonar using CFFT, in *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, October 1986, Vol. 11, No. 4, pp. 474-479.
11. *Shah G.S. and Talukdar K.K.* A study of enhanced signal processing on multibeam bathymetric data, *Oceans '99. MTS/IEEE. Riding the Crest into the 21st Century. Conference and Exhibition. Conference Proceedings (IEEE Cat. No.99CH37008)*, 1999, Vol. 2, pp. 904-909.
12. *Barbu M., Kaminsky E.J., & Trahan R.E. (n.d.)*. Fractional Fourier Transform for Sonar Signal Processing, *Proceedings of OCEANS 2005 MTS/IEEE*.
13. *Zarayskiy V.A., Tyurin A.M.* Teoriya gidrolokatsii [The theory of sonar]. Leningrad: VMA, 1973, 604 p.
14. *Gonorovskiy I.S.* Radiotekhnicheskie tsepi i signaly: ucheb. posobie dlya studentov vuzov, obuchayushchikhsya po napravleniyu podgotovki "Radiotekhnika" [Radio engineering circuits and signals: a textbook for university students studying in the field of training "Radio Engineering"]. 5th ed. Moscow: Drofa, 2006, 719 p.
15. *Baskakov S.I.* Radiotekhnicheskie tsepi i signaly: ucheb. dlya vuzov po spetsial'nosti "Radiotekhnika" [Radio engineering circuits and signals: a textbook for universities in the specialty "Radio Engineering"]. 5th ed. Moscow: Vysshaya shkola, 2005 (GUP Smol. obl. tip. im. V.I. Smirnova), 462 p.
16. *Fedosov V.P.* Radiotekhnicheskie tsepi i signaly: dlya samostoyatel'nogo izucheniya: ucheb. Posobie [Radio circuits and signals: for self-study: textbook]. Taganrog: Izd-vo TRTU, 2004, 208 p.
17. *Maranda B.* Efficient digital beamforming in the frequency domain, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1989, Vol. 86 (5), pp. 1813-1819.
18. *Rabiner L., Gould R.* Teoriya i primeneniye tsifrovoy obrabotki signalov [Theory and application of digital signal processing]. Moscow: Mir, 1978.
19. *Sergienko A.B.* Tsifrovaya obrabotka signalov [Digital signal processing]. Saint Petersburg: Izd-vo «Piter», 2002, 608 p.
20. *Markovich I.I.* Algoritm tsifrovoy prostranstvenno-vremennoy obrabotki signalov lokatora prepyatstviy s izmereniyem skorosti i napravleniya dvizheniya podvodnykh ob"ektov [Algorithm of digital spatiotemporal processing of obstacle locator signals with measurement of speed and direction of movement of underwater objects], *Superkomp'yuternye tekhnologii (SKT-2018): Mater. 5-y Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii: v 2-kh t. Rostov-na-Donu, 17–22 sentyabrya 2018 goda* [Supercomputer technologies (SKT-2018): Materials of the 5th All-Russian Scientific and Technical Conference: in 2 vols. Rostov-on-Don, September 17-22, 2018]. Rostov-on-Don: YuFU, 2018.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.В. Боженюк.

**Марьев Александр Александрович** – Южный федеральный университет; e-mail: aamarev@sfnu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +78634371632; кафедра теоретических основ радиотехники; доцент.

**Maryev Alexander Alexandrovich** – Southern Federal University; e-mail: aamarev@sfnu.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371632; the department of fundamentals of radio engineering; associate professor.