

12. Pellet J.P. Effective Causal Analysis: Methods for Structure Learning and Explanations, 2010. (Doctoral dissertation, ETH Zurich).
13. Triantafyllou S., Tsamardinos I. Constraint-based causal discovery from multiple interventions over overlapping variable sets, *The Journal of Machine Learning Research*, 2015, 16 (1), pp. 2147-2205.
14. Glymour C., Zhang K., Spirtes P. Review of causal discovery methods based on graphical models, *Frontiers in genetics*, 2019, 10, pp. 524.
15. Nogueira A.R., Pugnana A., Ruggieri S., Pedreschi D., Gama J. Methods and tools for causal discovery and causal inference, *Wiley interdisciplinary reviews: data mining and knowledge discovery*, 2022, 12 (2), e1449.
16. Yao L., Chu Z., Li S., Li Y., Gao J., Zhang A. A survey on causal inference, *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD)*, 2021, 15 (5), pp. 1-46.
17. Rubin D.B. Estimating causal effects of treatments in randomized and nonrandomized studies, *Journal of educational Psychology*, 1974, 66 (5), pp. 688.
18. Imbens G.W., Rubin D.B. Causal inference in statistics, social, and biomedical sciences. Cambridge University Press, 2015.
19. Chernozhukov V., Wüthrich K., Zhu Y. An exact and robust conformal inference method for counterfactual and synthetic controls, *Journal of the American Statistical Association*, 2021, 116 (536), pp. 1849-1864.
20. Pearl J. Causal diagrams for empirical research, *Biometrika*, 1995, 82 (4), pp. 669-688.
21. Pearl Judea. The do-calculus revisited, *arXiv preprint arXiv:1210.4852*, 2012.
22. Vonk M., Malekovic N., Bäck T., Kononova A. Disentangling causality: assumptions in causal discovery and inference, *Artificial Intelligence Review*, 2023, pp. 1-37.
23. Teinmaa I., Albert J., Goldenberg D. Uplift modeling: from causal inference to personalization, *In Companion Proceedings of the Web Conference*, 2021.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.В. Боженюк.

Георги Михаил Юрьевич – Южный федеральный университет; e-mail: mgeorgi@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79185035098; аспирант.

Georgi Mikhail Yurievich – Southern Federal University; e-mail: mgeorgi@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79185035098; postgraduate student.

УДК 004.942:519.254:519.876.5:621.396.96:629.7.018 DOI 10.18522/2311-3103-2023-3-134-143

И.Л. Щербов

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПРОВЕРКИ ЗНАЧИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ СГЛАЖИВАЮЩЕГО ПОЛИНОМА

Целью работы является исследование процедуры проверки значимости коэффициентов сглаживающего полинома на основе критериев проверки статистических гипотез с целью формирования вектора коэффициентов сглаживающего полинома. Исследовались разработанные методы нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией степени сглаживающего полинома с оптимизацией структуры сглаживающего полинома. Исследование проводилось путём имитационного моделирования значения вторичных координат, которые по формулам простых методов, пересчитывались в первичные координаты с учетом местоположения и типа измерительных средств. Затем к полученным значениям первичных координат прибавлялись значения ошибок измерений, распределенных по нормальному закону. Полученные таким образом первичные данные измерений подвергались нелинейному адаптивному сглаживанию. Формирование вектора коэффициентов сглаживающего полинома осуществлялось на основе критериев проверки статистических гипотез в следующей последовательности: формирование по данным измерений соответствующей статистики; сравнение этой статистики с пороговым уровнем, зависящим от доверительной вероятности и числа степеней свободы; принятие решения о включении данного компонента в состав полинома. Формирование вектора коэффициентов сглаживающего

полинома осуществлялось на основе критерия Фишера. По результатам исследования можно сделать следующие выводы: методы нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома превосходят по показателям качества и эффективности метод с оптимизацией степени сглаживающего полинома; метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома Структура 1 превосходит по показателям качества и эффективности метод с оптимизацией структуры сглаживающего полинома Структура 2; наибольшие значения выигрыша в качестве и эффективности для всех исследуемых методов достигаются в средней части в пределах 3/5 интервала сглаживания; для всех исследуемых методов показатели качества и эффективности снижаются на краях интервала сглаживания.

Метод проверки значимости коэффициентов сглаживающего полинома; критерии проверки статистических гипотез; метод Фишера, показатели качества и эффективности.

I.L. Shcherbov

RESEARCH OF METHODS FOR EXAMINATION OF THE SIGNIFICANCE OF THE SMOOTHING POLYNOMIAL COEFFICIENTS

The aim of the work is to study the procedure for checking the significance of the coefficients of the smoothing polynomial based on the criteria for testing statistical hypotheses in order to form a vector of coefficients of the smoothing polynomial. The developed methods of nonlinear adaptive smoothing with optimization of the degree of the smoothing polynomial with optimization of the structure of the smoothing polynomial were studied. The study was carried out by simulating the value of secondary coordinates, which, according to the formulas of simple methods, were converted into primary coordinates, taking into account the location and type of measuring instruments. Then, the values of measurement errors distributed according to the normal law were added to the obtained values of the primary coordinates. The primary measurement data thus obtained were subjected to nonlinear adaptive smoothing. The formation of the coefficient vector of the smoothing polynomial was carried out on the basis of the criteria for testing statistical hypotheses in the following sequence: formation of the corresponding statistics according to the measurement data; comparison of these statistics with a threshold level depending on the confidence level and the number of degrees of freedom; making a decision on the inclusion of this component in the polynomial. The formation of the coefficient vector of the smoothing polynomial was carried out on the basis of the Fisher criterion. Based on the results of the study, the following conclusions can be drawn: methods of nonlinear adaptive smoothing with optimization of the structure of the smoothing polynomial are superior in terms of quality and efficiency to the method with optimization of the degree of the smoothing polynomial; the method of non-linear adaptive smoothing with optimization of the structure of the smoothing polynomial Structure 1 is superior in terms of quality and efficiency to the method with optimization of the structure of the smoothing polynomial Structure 2; The greatest gains in quality and efficiency for all the studied methods are achieved in the middle part within 3/5 of the smoothing interval; for all the studied methods, the quality and efficiency indicators decrease at the edges of the smoothing interval.

Method for examination of the significance of smoothing polynomial coefficients; criteria for testing statistical hypotheses; Fisher's method; quality and efficiency indicators.

Введение. В работах [1–5], с целью повышения точности и достоверности определения вторичных координат пространственного положения летательного аппарата (ЛА) были разработаны и исследованы структуры линейно независимых и Λ -ортогональных базисных функций (Λ -ОБФ) на основе которых был разработан алгоритм адаптивного нелинейного сглаживания данных многопараметрических измерений.

В общем виде алгоритм адаптивного нелинейного сглаживания данных траекторных измерений предусматривает:

- ♦ нахождение начального приближения вектора оценок коэффициентов сглаживающего полинома;
- ♦ определение максимально правдоподобной оценки (МПО) вектора коэффициентов сглаживающего полинома;

- ♦ проверку значимости коэффициентов сглаживающего полинома на основе критериев проверки статистических гипотез с целью формирования вектора коэффициентов сглаживающего полинома;

- ♦ вычисление и вывод на печать сглаженных значений вторичных координат положения ЛА.

Первый и второй этап работы алгоритма адаптивного нелинейного сглаживания данных траекторных измерений: порядок нахождения начального приближения и МПО вектора оценок коэффициентов сглаживающего полинома был детально исследован в работах [1–3, 5].

Целью данной работы является исследование процедуры проверки значимости коэффициентов сглаживающего полинома на основе критериев проверки статистических гипотез с целью формирования вектора коэффициентов сглаживающего полинома.

Постановка задачи. Исследуются следующие разработанные методы проверки значимости коэффициентов сглаживающего полинома, применяемые в алгоритме адаптивного нелинейного сглаживания данных траекторных измерений:

- ♦ нелинейное адаптивное сглаживание с оптимизацией степени сглаживающего полинома;

- ♦ нелинейное адаптивное сглаживание с оптимизацией структуры сглаживающего полинома.

При этом метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома предусматривает два варианта. Назовем их Структура 1 и Структура 2.

Исследование методов проверки значимости коэффициентов сглаживающего полинома проведем на примере полинома 5 степени.

Из работ [1–3, 5] следует, что вектор коэффициентов сглаживающего полинома имеют следующий вид:

$$A^T = \|a_{00}a_{01}a_{02}\dots a_{k0}a_{k1}a_{k2}\dots a_{m0}a_{m1}a_{m2}\|, \quad (1)$$

где

a_{kl} – коэффициенты сглаживающего полинома;

$l=0, 1, 2$;

m – степень сглаживающего полинома.

Как видно из (1), вектор коэффициентов сглаживающего полинома представляет собой тройки элементов a_{kl} . Условно вектор коэффициентов сглаживающего полинома представим следующим образом (рис. 1).

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{30}	a_{31}	a_{32}	a_{40}	a_{41}	a_{42}	a_{50}	a_{51}	a_{52}
Тройка 0 степени			Тройка 1 степени			Тройка 2 степени			Тройка 3 степени			Тройка 4 степени			Тройка 5 степени		

Рис. 1. Вектор коэффициентов сглаживающего полинома 5 степени

Далее рассмотрим более детально разработанные методы.

Метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией степени сглаживавшего полинома. Сущность этого метода состоит в том, что проверка значимости коэффициентов сглаживающего полинома начинается с последней тройки элементов вектора коэффициентов сглаживающего полинома и заканчивается при условии, когда значение хотя бы одного элемента из тройки элементов превышает пороговый уровень (рис. 2).

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{30}	a_{31}	a_{32}	a_{40}	a_{41}	a_{42}	0	0	0
Тройка 0 степени			Тройка 1 степени			Тройка 2 степени			Тройка 3 степени			Тройка 4 степени			Тройка 5 степени		

Рис. 2. Метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией степени сглаживавшего полинома

В этом случае данный элемент и все предшествующие ему тройки элементов считаются значимыми и принимаются равными по значению оценкам соответствующих элементов (тройки 0, 1, 2, 3, 4 степени). Все последующие элементы считаются не значимыми и принимаются равными нулю (тройка 5 степени).

Метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома (Структура 1). Сущность этого метода состоит в том, что проводится проверка значимости всех коэффициентов сглаживающего полинома начиная с последней тройки элементов (рис. 3).

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{10}	a_{11}	0	0	a_{21}	0	a_{30}	0	0	a_{40}	0	0	0	0	a_{52}
Тройка 0 степени			Тройка 1 степени			Тройка 2 степени			Тройка 3 степени			Тройка 4 степени			Тройка 5 степени		

Рис. 3. Метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживавшего полинома (Структура 1)

Если внутри проверяемой тройки элементов их значение превышает установленный пороговый уровень, то эта тройка элементов остается в составе вектора без изменений (тройка 0 степени). Если внутри тройки проверяемый элемент превышает по значению пороговый уровень, то он остается в составе вектора коэффициентов сглаживающего полинома, а те элементы, значения которых ниже установленного порогового уровня, приравниваются к нулю (тройки 1, 2, 3, 4, 5 степени). Процесс проверки значений элементов продолжается до тех пор, пока в составе очередной проверяемой тройки элементов, значения двух элементов не окажутся выше установленного порогового уровня (тройка 1 степени).

Метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома (Структура 2). Сущность этого метода состоит в том, что, как и в методе Структура 1 проводится проверка значимости всех коэффициентов сглаживающего полинома начиная с последней тройки элементов (рис. 4).

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{10}	a_{11}	a_{12}	0	a_{21}	0	a_{30}	0	a_{32}	0	0	0	a_{50}	0	a_{52}
Тройка 0 степени			Тройка 1 степени			Тройка 2 степени			Тройка 3 степени			Тройка 4 степени			Тройка 5 степени		

Рис. 4. Метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживавшего полинома (Структура 2)

Если внутри проверяемой тройки элементов их значение превышает установленный пороговый уровень, то эта тройка элементов остается в составе вектора без изменений (тройки 0, 1 степени). Если внутри тройки проверяемый элемент превышает по значению пороговый уровень, то он остается в составе вектора коэффициентов сглаживающего полинома, а те элементы, значения которых ниже установленного порогового уровня, приравниваются к нулю (тройки 2, 3, 4, 5 степени). Процесс проверки значений элементов продолжается до тех пор, пока в составе очередной проверяемой тройки элементов, значения всех трёх элементов не окажутся выше установленного порогового уровня (тройка 1 степени). Все предшествующие элементы вектора считаются значимыми и принимаются равными оценкам соответствующих коэффициентов сглаживающего полинома.

Из работ [1, 3, 5, 6] известно, что применение Λ -ОБФ в алгоритме нелинейного сглаживания приводит к независимым оценкам коэффициентов сглаживающего полинома и некоррелированности их ошибок. Это позволяет, по аналогии с линейным адаптивным сглаживанием, решать задачу оптимизации степени или структуры сглаживающего полинома и при нелинейном сглаживании путём обнаружения того или иного элемента в составе вектора оценок коэффициентов сглаживающего полинома. При этом следует иметь в виду, что при нелинейном сглаживании данных многопараметрических измерений в векторе коэффициентов сглаживающего полинома при той же его степени (порядке) будет в три раза больше элементов, чем при линейном сглаживании. Это следует из структуры вектора коэффициентов сглаживающего полинома, позволяющего совместно описывать сразу все три координатные составляющие вектора вторичных параметров положения ЛА.

Как уже говорилось выше и изложено в работах [1, 3, 5, 6], использование Λ -ОБФ позволяет существенно упростить адаптивный алгоритм, так как при **подготовке** и проверке новой гипотезы нет необходимости пересоставлять и повторно решать систему уравнений. Данный вывод распространяется и на нелинейное сглаживание, так как в алгоритме нелинейного сглаживания линеаризация и построение Λ -ОБФ производится на каждом шаге приближения к максимально правдоподобной оценке положения ЛА в пространстве [7].

В связи с вышеизложенным, при обработке стохастических траекторий, возникает необходимость в применении критериев проверки статистических гипотез, не требующих полной априорной информации о характере траекторий. Такими критериями и методами проверки статистических гипотез о наличии или отсутствии того или иного коэффициента в составе вектора оценок коэффициентов сглаживающего полинома могут быть [8–15]: критерий минимума смещения, Фишера, Стьюдента, Пирсона, Лапласа-Гаусса, сохраняющие работоспособность при ограниченной априорной информации. Это обстоятельство имеет важное значение при стохастической траектории движения ЛА. В этом случае в качестве априорной информации выступает максимально возможная степень сглаживающего полинома, предположение о нормальном законе распределения оценок коэффициентов сглаживающего полинома и дисперсия быстро флуктуирующих ошибок измерений. Данные ограничения не являются сильными, так как из-за инерционности движения ЛА всегда можно указать такую степень (не очень большую), при которой выполняется условие $\hat{m} \leq m_{max}$, (где $\hat{m}$ – оптимальная степень сглаживающего полинома; m_{max} – максимально возможная степень сглаживающего полинома). Нормальность распределения оценок коэффициентов сглаживающего полинома обоснована ранее в работах [1, 3, 12, 13]. Что же касается дисперсии быстро флуктуирующих ошибок измерений, то в ряде методов (минимума смещения, Фишера, Стьюдента) она и не требуется, так как вместо нее используется оценка дисперсии [3, 9, 10, 16]. Различие методов проверки статистических гипотез состоит в использовании различных статистик, дисперсий ошибок или их оценок и применении различных критериев оптимальности, сводящихся, в основном, к минимизации вероятности ложного не обнаружения коэффициента при заданной вероятности ложного его обнаружения (заданной доверительной вероятности).

Общими для всех методов проверки статистических гипотез являются [3]:

- ♦ формирование по данным измерений соответствующей статистики;
- ♦ сравнение этой статистики с пороговым уровнем, зависящим от доверительной вероятности и числа степеней свободы;
- ♦ принятие решения о включении данного компонента в состав полинома.

Нелинейное сглаживание, в ходе которого автоматически определяется оптимальная степень или структура полинома, будем называть адаптивным нелинейным сглаживанием, поскольку при этом не только параметры, но и структура алгоритма сглаживания автоматически приспосабливается к стохастической форме траектории. Оптимальной степенью сглаживающего полинома считается структура вектора коэффициентов сглаживавшего полинома, в которую включены все элементы вектора до последнего значения, которые больше порога и в которой все компоненты незначимо отличные от нуля, заменены нулями [1, 3].

На базе работ [3, 17] исследовались перечисленные выше критерии оптимальности. Предпочтение отдается критерию Фишера, как более экономичному при определении статистики (нет операции извлечения корня).

Метод Фишера основан на критерии Фишера. В этом методе рассматривается статистика [3, 18]:

$$F_{1,v} = \frac{\hat{\alpha}_{\chi^k}^2}{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_{\chi^k}}^2} \quad (2)$$

представляющая отношение квадрата оценки коэффициента полинома к оценке его дисперсии (где $\chi=0, 1, 2; k=0, \dots, m_{max}$).

Причем $\hat{\alpha}_{\chi^k}^2$ и $\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_{\chi^k}}^2$, входящие в состав (2), есть независимые случайные величины, распределенные по законам χ^2 с одной и V степенями свободы. Благодаря тому, что в алгоритме нелинейного сглаживания совместно реализуется пространственная и временная избыточность данных измерений, а оценка каждого коэффициента сглаживающего полинома находится по всему ряду измерений на интервале сглаживания, степень свободы будет определяться через весь ряд измерений, то есть

$$V = N \cdot n - 3(m_{max} + 1), \quad (3)$$

где N – количество обрабатываемых первичных координат;

n – число точек на интервале сглаживания;

m_{max} – максимально возможная степень сглаживающего полинома.

Следовательно, отношение (2) является случайной величиной, распределенной по закону Фишера со степенями свободы 1 и V .

При $\alpha_{\chi^k} = 0$ статистика (2) распределена по закону Фишера с параметром нецентральности равным нулю. Эта статистика с заданной доверительной вероятностью не превысит порогового уровня $F_{1,v,\alpha}$, определяемого с учетом заданного уровня α значимости (вероятности ложного обнаружения $\alpha = 1 - P$). Сравнивая статистику $F_{1,v}$ с пороговым уровнем $F_{1,v,\alpha}$, можно осуществить проверку гипотезы о равенстве нулю коэффициента α_{χ^k} . При этом, если действительно $\alpha_{\chi^k} = 0$, то с доверительной вероятностью $P = 1 - \alpha$ будет осуществлено правильное необнаружение коэффициента или с вероятностью α – ложное его обнаружение.

Если $\alpha_{\chi^k} \neq 0$, то получим множество распределений Фишера с параметрами нецентральности, не равным нулю. В этом случае сравнение статистики $F_{1,v}$ с тем же пороговым уровнем $F_{1,v,\alpha}$ с вероятностью β приводит к ложному необнаружению коэффициента и с вероятностью $(1 - \beta)$ – к правильному его обнаружению. Вероятность $(1 - \beta)$ называют мощностью критерия [3].

Экспериментальная часть. Учитывая вышеизложенное, проведем сравнительную оценку исследуемых методов. Исследование проводилось путём имитационного моделирования. Моделировались значения вторичных координат, которые по формулам простых методов [1], пересчитывались в первичные координаты с учетом местоположения и типа измерительных средств. Затем к полученным значениям первичных координат прибавлялись значения ошибок измерений, рас-

пределенных по нормальному закону. Полученные таким образом первичные данные измерений подвергались нелинейному адаптивному сглаживанию и идеальному сглаживанию. В качестве идеального (по точности и эффективности) сглаживания применялось нелинейное сглаживание методом наименьших квадратов при точно известной до обработки структуре полинома.

В ходе исследований определялись средние показатели качества и эффективности метода. Под показателем качества W_{ij} будем понимать выигрыш в точности, который представляет собой отношение среднеквадратической ошибки в i -ой точке j -траектории до и после сглаживания. Показатель эффективности μ_i определяет отношение приращения точности в i -ой точке j -траектории при сглаживании исследуемым методом к приращению точности при идеальном сглаживании. Более детально условия и порядок проведения эксперимента отображены в работах [19–22].

Результаты исследования сведены в табл. 1. Показатель эффективности при идеальном сглаживании $\mu = 1$.

Таблица 1

Показатели качества и эффективности исследуемых методов сглаживания

Кол-во точек на интервале сглаживания	Показатели качества и эффективности при оптимизации:						ИС
	степени		структуры 1		структуры 2		
	<i>W</i>	<i>μ</i>	<i>W</i>	<i>μ</i>	<i>W</i>	<i>μ</i>	
25 По интервалу	3,35	0,95	3,45	0,97	3,44	0,97	3,74
На 3/5 интервала	3,67	0,96	3,76	0,97	3,76	0,97	4,08
На концах интервала	1,68	0,87	1,75	0,92	1,74	0,92	1,86
21 По интервалу	3,13	0,95	3,20	0,97	3,21	0,97	3,46
На 3/5 интервала	3,44	0,96	3,51	0,97	3,52	0,97	3,82
На концах интервала	1,71	0,90	1,76	0,94	1,75	0,93	1,85
17 По интервалу	2,63	0,92	2,73	0,94	2,68	0,93	3,00
На 3/5 интервала	2,91	0,94	3,02	0,96	2,97	0,95	3,29
На концах интервала	1,58	0,86	1,60	0,88	1,58	0,87	1,73
13 По интервалу	2,35	0,91	2,41	0,92	2,36	0,90	2,69
На 3/5 интервала	2,64	0,93	2,72	0,94	2,65	0,93	3,10
На концах интервала	1,57	0,90	1,58	0,90	1,54	0,85	1,66
9 По интервалу	2,06	0,93	2,17	0,97	2,09	0,94	2,21
На 3/5 интервала	2,35	0,95	2,45	0,97	2,34	0,94	2,50
На концах интервала	1,52	0,96	1,53	0,98	1,49	0,91	1,54
Координаты РЛС: 1. X=0, Y=0, Z=0; СКО _R =40 м, СКО _α =7', СКО _β =7' 2. X=0, Y=0, Z=7000; СКО _R =40 м, СКО _α =7', СКО _β =7'							

По результатам исследования можно сделать следующие выводы.

1. Методы нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома превосходят по показателям качества и эффективности метод с оптимизацией степени сглаживающего полинома.

2. Метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома Структура 1 превосходит по показателям качества и эффективности метод с оптимизацией структуры сглаживающего полинома Структура 2.

3. Наибольшие значения выигрыша в качестве и эффективности для всех исследуемых методов достигаются в средней части в пределах 3/5 интервала сглаживания.

4. Для всех исследуемых методов показатели качества и эффективности снижаются на краях интервала сглаживания.

Заключение. Проведено исследование разработанных методов нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией степени сглаживавшего полинома и с оптимизацией структуры сглаживающего полинома (Структура 1 и Структура 2). Исследование проводилось путём имитационного моделирования. В исследуемых методах формирование вектора коэффициентов сглаживающего полинома осуществлялось на основе критериев Фишера в следующей последовательности: формирование по данным измерений соответствующей статистики; сравнение этой статистики с пороговым уровнем, зависящим от доверительной вероятности и числа степеней свободы; принятие решения о включении данного компонента в состав полинома.

По результатам исследования можно сделать следующие выводы: методы нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома превосходят по показателям качества и эффективности метод с оптимизацией степени сглаживающего полинома; метод нелинейного адаптивного сглаживания с оптимизацией структуры сглаживающего полинома Структура 1 превосходит по показателям качества и эффективности метод с оптимизацией структуры сглаживающего полинома Структура 2; наибольшие значения выигрыша в качестве и эффективности для всех исследуемых методов достигаются в средней части в пределах 3/5 интервала сглаживания; для всех исследуемых методов показатели качества и эффективности снижаются на краях интервала сглаживания.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Огоднийчук Н.Д.* Обработка траекторной информации. Ч. 1. – К.: КВВАИУ, 1981. – 141 с.
2. *Жданюк Б.Ф.* Основы статистической обработки траекторной информации. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.
3. *Щербов И.Л.* Исследование области определения параметров базисной функции двух аргументов при построении λ -ортогональной базисной функции // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2022. – № 6 (230). – С. 106-116.
4. *Щербов И.Л., Паслен В.В., Михайлов М.В., Мотылев К.И., Лебеденко Д.М., Антикуз А.Г.* О построении ортогональных базисных функций // Туполевские чтения: Международная молодежная научная конференция, посвященная 1000-летию города Казани: Матер. конференции. Т. II. – Казань: Казан. гос. техн. ун-т, 2005. – С. 139-140.
5. *Щербов И.Л., Паслен В.В.* Обработка данных траекторного контроля с использованием ортогональных базисных функций // Вестник Академии гражданской защиты. – 2021. – Вып. 1 (25). – С. 48-53.
6. *Огоднийчук Н.Д.* Обработка траекторной информации. Ч. II. – К.: КВВАИУ, 1986. – 224 с.
7. *Огоднийчук Н.Д., Паслен В.В.* Алгоритм совместной реализации пространственной и временной избыточности данных внешнетраекторных измерений // Радиоэлектронное оборудование летательных аппаратов. Вып. 3. – К.: КВВАИУ, 1989. – С. 85-89.
8. *Большев А.Н., Смиронов Н.В.* Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1965. – 474 с.
9. *Яковлев А.А.* Статистические методы определения параметров движения летательных аппаратов по данным траекторных измерений // Эффективность обработки информации в системах траекторных измерений. – М.: Машиностроение, 1968. – 242 с.
10. *Лавренчик В.Н.* Постановка физического эксперимента и статистическая обработка его результатов: учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 272 с.
11. *Мудров В.И., Кушко В.Л.* Методы обработки измерений: Квазиправдоподобные оценки. – М.: Радио и связь, 1983. – 304 с.
12. *Долинский Е.Ф.* Обработка результатов измерений по способу наименьших квадратов. – М.: Стандарты, 1971. – 110 с.
13. *Тьюки Дж.* Анализ результатов наблюдений. Разведочный анализ: пер. с англ. – М.: Сов. радио, 1981. – 693 с.
14. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – М.: Мир, 1974. – 406 с.
15. *Розанов Ю.А.* Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика: учебник для вузов. – 2-е изд., доп. – М.: Наука, 1989. – 320 с.
16. *Андерсон Т.* Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1976. – 56 с.

17. *Огоднийчук Н.Д.* О прикладных методах анализа траекторной информации // Сб. материалов НТК, посвященной 25-летию училища. Ч. 1. – К.: КВВАИУ, 1977. – С. 65-84.
18. *Румишинский Л.З.* Математическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1971. – 192 с.
19. *Щербов И.Л.* Исследование алгоритма адаптивного нелинейного оптимального сглаживания многопараметрических данных измерений // Информатика и кибернетика, – 2020. – № 4 (22). – С. 5-12.
20. *Щербов И.Л.* Информационная технология обработки данных траекторного контроля // Вестник Донецкого национального университета. Сер. Г: Технические науки. – 2021. – № 1. – С. 71-77.
21. *Щербов И.Л.* Апробация работы алгоритма адаптивного нелинейного оптимального сглаживания многопараметрических данных траекторных измерений // Известия высших учебных заведений. Электроника. – 2023. – Т. 28. – Вып. 3. – С. 378-384.
22. *Щербов И.Л.* Математическое моделирование обработки данных траекторного контроля // Матер. международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы обеспечения национальной безопасности в условиях современности» (17 декабря 2020 г.). – Донецк, 2020. – С. 25-32.

REFERENCES

1. *Ogodniychuk N.D.* Obrabotka traektornoy informatsii [Processing of trajectory information]. Part 1. Kiev: KVVAIU, 1981, 141 p.
2. *Zhdanyuk B.F.* Osnovy statisticheskoy obrabotki traektornoy informatsii [Fundamentals of statistical processing of trajectory measurements]. Moscow: Sov. radio, 1978, 384 p.
3. *Shcherbov I.L.* Issledovanie oblasti opredeleniya parametrov bazisnoy funktsii dvukh argumentov pri postroenii λ -ortogonal'noy bazisnoy funktsii [Study of the area of determination of parameters of the basis function of two arguments in constructing the Λ -orthogonal basis function], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2022, No. 6 (230), pp. 106-116.
4. *Shcherbov I.L., Paslen V.V., Mikhaylov M.V., Motylev K.I., Lebedenko D.M., Antikuz A.G.* O postroenii ortogonal'nykh bazisnykh funktsiy [About the construction of orthogonal basis functions], *Tupolevskie chteniya: Mezhdunarodnaya molodezhnaya nauchnaya konferentsiya, posvyashchennaya 1000-letiyu goroda Kazani: Mater. konferentsii* [Tupolev readings: International youth scientific conference dedicated to the 1000th anniversary of the city of Kazan: Conference materials]. Vol. II. Kazan': Kazan. gos. tekhn. un-t, 2005, pp. 139-140.
5. *Shcherbov I.L., Paslen V.V.* Obrabotka dannykh traektornogo kontrolya s ispol'zovaniem ortogonal'nykh bazisnykh funktsiy [Trajectory control data processing using orthogonal basis functions], *Vestnik Akademii grazhdanskoy zashchity* [Vestnik of the Academy of Civil Protection], 2021, Issue 1 (25), pp. 48-53.
6. *Ogodniychuk N.D.* Obrabotka traektornoy informatsii [Processing of trajectory information]. Part II. Kiev: KVVAIU, 1986, 224 p.
7. *Ogodniychuk N.D., Paslen V.V.* Algoritm sovmestnoy realizatsii prostranstvennoy i vremennoy izbytochnosti dannykh vneshnetraektoynykh izmereniy [Algorithm for the joint implementation of spatial and temporal redundancy of data of external trajectory measurements], *Radioelektronnoe oborudovanie letatel'nykh apparatov* [Electronic equipment of aircraft], Issue 3. Kiev: KVVAIU, 1989, pp. 85-89.
8. *Bol'shev A.N., Smironov N.V.* Tablitsy matematicheskoy statistiki [Tables of mathematical statistics]. Moscow : Nauka, 1965, 474 p.
9. *Yakovlev A.A.* Statisticheskie metody opredeleniya parametrov dvizheniya letatel'nykh apparatov po dannym traektoynykh izmereniy [Statistical methods for determining the parameters of aircraft motion according to trajectory measurements], *Effektivnost' obrabotki informatsii v sistemakh traektoynykh izmereniy* [Efficiency of information processing in systems of trajectory measurements]. Moscow: Mashinostroenie, 1968, 242 p.
10. *Lavrenchik V.N.* Postanovka fizicheskogo eksperimenta i statisticheskaya obrabotka ego rezul'tatov: ucheb. posobie dlya vuzov [Setting up a physical experiment and statistical processing of its results: proc. allowance for universities]. Moscow: Energoatomizdat, 1986, 272 p.
11. *Mudrov V.I., Kushko V.L.* Metody obrabotki izmereniy: Kvazipravdopodobnye otsenki [Methods for processing measurements: Quasi-plausible estimates]. Moscow: Radio i svyaz', 1983, 304 p.

12. Dolinskiy E.F. Obrabotka rezul'tatov izmereniy po sposobu naimen'shikh kvadratov [Processing of measurement results by the method of least squares]. Moscow: Standarty, 1971, 110 p.
13. Tyuki Dzh. Analiz rezul'tatov nablyudeniya. Razvedochnyy analiz [Analysis of the results of observations. Exploratory analysis]: transl. from engl. Moscow: Sov. radio, 1981, 693 p.
14. Boks Dzh., Dzhenkins G. Analiz vremennykh ryadov. Prognoz i upravlenie [Analysis of time series. Forecast and management]. Moscow: Mir, 1974, 406 p.
15. Rozanov Yu.A. Teoriya veroyatnostey, sluchaynye protsessy i matematicheskaya statistika: uchebnik dlya vuzov [Probability theory, random processes and mathematical statistics: textbook for universities]. 2nd ed., add. Moscow: Nauka, 1989, 320 p.
16. Anderson T. Statisticheskyy analiz vremennykh ryadov [Statistical analysis of time series]. Moscow: Mir, 1976, 56 p.
17. Ogodniychuk N.D. O prikladnykh metodakh analiza traektornoy informatsii [About applied methods of analyzing trajectory information], *Sb. materialov NTK, posvyashchennoy 25-letiyu uchilishcha* [Collection of materials of the Scientific and Technical Committee dedicated to the 25th anniversary of the school]. Part 1. Kiev: KVVAIU, 1977, pp. 65-84.
18. Rumshinskiy L.3. Matematicheskaya obrabotka rezul'tatov eksperimenta [Mathematical processing of experiment results]. Moscow: Nauka, 1971, 192 p.
19. Shcherbov I.L. Issledovanie algoritma adaptivnogo nelineynogo optimal'nogo sglazhivaniya mnogoparametricheskikh dannykh izmereniy [Study of the adaptive nonlinear optimal smoothing algorithm for multi-parameter measurement data], *Informatika i kibernetika* [Informatics and cybernetics], 2020, No. 4 (22), pp. 5-12.
20. Shcherbov I.L. Informatsionnaya tekhnologiya obrabotki dannykh traektornogo kontrolya [Information technology for data processing of trajectory control], *Vestnik Donetskogo natsional'nogo universiteta. Ser. G: Tekhnicheskie nauki* [Vestnik of the Donetsk National University. Series G: Technical sciences], 2021, No. 1, pp. 71-77.
21. Shcherbov I.L. Aprobatsiya raboty algoritma adaptivnogo nelineynogo optimal'nogo sglazhivaniya mnogoparametricheskikh dannykh traektornykh izmereniy [Approbation of the algorithm of adaptive nonlinear optimal smoothing of multi-parameter data of trajectory measurements], *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Elektronika* [News of higher educational institutions. Electronics], 2023, Vol. 28. Issue 3, pp. 378-384.
22. Shcherbov I.L. Matematicheskoe modelirovanie obrabotki dannykh traektornogo kontrolya [Mathematical modeling of trajectory control data processing], *Mater. mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktual'nye problemy obespecheniya natsional'noy bezopasnosti v usloviyakh sovremennosti» (17 dekabrya 2020 g.)* [Proceedings of the international scientific-practical conference "Actual problems of ensuring national security in modern conditions" (December 17, 2020)]. Donetsk, 2020, pp. 25-32.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.В. Курейчик.

Щербов Игорь Леонидович – Донецкий национальный технический университет; e-mail: scherbov@yandex.ru; г. Донецк, ДНР; проректор.

Shcherbov Igor Leonidovich – Donetsk National Technical University; e-mail: scherbov@yandex.ru; Donetsk, DPR; vice rector.