УДК 004.023 DOI 10.18522/2311-3103-2023-6-212-221

В.Д. Салманов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ РАЗМЕРА МЕМПУЛА НА ОСНОВЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассматривается влияние различных параметров блокчейн сети друг на друга. В связи с математической сложностью формирования абсолютно точного эмулятора процесса формирования цепочки блоков и непредсказуемости ряда факторов процесс рассматривается как стохастический. В ходе исследования была обнаружена близкая к прямопропорциональной взаимосвязь между размером мемпула и стоимостью криптовалюты. Мемпул представляет собой набор транзакций, ожидающих подтверждения в блокчейне. Стоимость криптовалюты способна влиять на количество майнеров, обрабатывающих транзакции, привлекая их высоким заработком, что может влиять на скорость обработки транзакций и, как следствие, на размер мемпула. В работе описано применение метода Монте-Карло для определения соотношения между размером мемпула и ценой криптовалюты, а также предварительная подготовка данных и формирование распределений. Описывается моделирование стохастического процесса для определения зависимости между размером мемпула и ценой криптовалюты. Для этого используется метод Монте-Карло, который позволяет оценить вероятность различных сценариев развития событий. В работе рассмотрены различные стохастические модели для анализа блокчейн систем, для построения которых применяется метод Монте-Карло. Автором предлагается методика по прогнозированию и установлению корреляции между рассматриваемыми параметрами на основе данных, собранных из сети BitCoin за период последних трех лет. Результаты исследования подтвердили гипотезу о том, что существует зависимость между стоимостью криптовалюты и объемом необработанных транзакций. В связи с отсутствием полного набора данных остается невозможным спрогнозировать нагрузку на сеть при конкретной стоимости. Было представлено решение этой задачи с помощью вероятностных методов, в том числе метода Монте-Карло, на основе распределения полученных исторических данных. Использование метода Монте-Карло для моделирования зависимости между размером мемпула и ценой криптовалюты и других аналогичных задач в подобных условиях может быть полезным инструментом для исследователей, позволяющим делать выводы о стабильной работе сети.

Метод Монте-Карло; мемпул; криптовалюта; моделирование; стохастический процесс.

V.D. Salmanov

MODELING OF THE MEMPOOL SIZE CHANGE BASED ON THE MONTE CARLO METHOD UNDER CONDITIONS OF INCOMPLETE INITIAL INFORMATION

This article examines the influence of various parameters of the blockchain network on each other. Due to the mathematical complexity of forming an absolutely accurate emulator of the block chain formation process and the unpredictability of a number of factors, the process is considered stochastic. The study found a close to directly proportional relationship between the size of the mempool and the value of the cryptocurrency. A mempool is a set of transactions awaiting confirmation on the blockchain. The cost of cryptocurrency can affect the number of miners processing transactions, attracting them with high earnings, which can affect the speed of transaction processing and, as a result, the size of the mempool. The paper describes the application of the Monte Carlo method to determine the ratio between the size of a mempool and the price of a cryptocurrency, as well as the preliminary preparation of data and the formation of distributions. A stochastic process simulation is described to determine the relationship between the size of a mempool and the price of a cryptocurrency. To do this, the Monte Carlo method is used, which allows you to estimate the probability of various scenarios. The paper considers various stochastic *models for the analysis of blockchain systems, for the construction of which the Monte Carlo method is used. The author proposes a methodology for predicting and establishing a correlation between the parameters under consideration based on data collected from the BitCoin network over the past three years. The results of the study confirmed the hypothesis that there is a relationship between the value of cryptocurrency and the volume of unprocessed transactions. Due to the lack of a complete data set, it remains impossible to predict the load on the network at a specific cost. A solution to this problem was presented using probabilistic methods, including the Monte Carlo method, based on the distribution of the historical data obtained. Using the Monte Carlo method to model the relationship between the size of a mempool and the price of a cryptocurrency and other similar tasks in similar conditions can be a useful tool for researchers to draw conclusions about the stable operation of the network.*

Monte-Carlo method; mempool; cryptocurrency; modeling; stochastic process.

Введение. Современный блокчейн представляет собой большую распределенную базу данных с большим количеством различных параметров. По содержимому данных блокчейн можно отнести к категории Большие данные. На устойчивую систему блокчейна влияют различные параметры. К наиболее влиятельным параметрам на жизнеспособность блокчейн системы можно отнести используемый механизм консенсуса, нагрузку на сеть, количество активных пользователей сети, количество майнеров, заполненность мемпула и многие другие.

На сегодняшний день не существует универсальных средств, которые бы позволяли провести диагностику текущего состояния блокчейн сети или предсказать ее поведение, спрогнозировать возможные проблемы, связанные с изменением текущих показателей системы. В настоящей работе предлагается рассмотреть возможность проведения анализа исторических данных в реально существующих блокчейнах для построения модели зависимости нагрузки на мемпул в зависимости от изменения рыночной цены криптовалюты. В качестве основного средства для моделирования был выбран метод Монте-Карло, который позволяет оценить вероятность определенного исхода на основе случайных экспериментов.

Целью данной статьи является рассмотрение применения Метода Монте-Карло для определения соотношения между размером мемпула и ценой криптовалюты. Мемпул – это набор транзакций, которые ожидают подтверждения в блокчейне. Стоимость криптовалюты может влиять на популярность пользователей платформы, увеличивая или снижая сетевую активность и нагрузку, тем самым меняя размер мемпула. Таким образом, в случае, когда размер мемпула достигает высоких значений, в сети накапливается большое количество транзакций, которые не могут быть обработаны майнерами. Это приводит к задержкам переводов, и пользователи вместо привычного времени ожидания подтверждения транзакции, которое составляет порядка одного часа, могут ожидать подтверждения в течение суток. Такая ситуация, в том числе, может быть достигнута в ходе пылевой атаки, когда мемпул переполняется переводами с незначительными суммами, и это приведет к нестабильной работе сети [1, 2].

Для проведения исследования была выбрана платформа BitCoin – самая популярная и дорогая криптовалюта в мире [3]. Для построения математической модели были собраны данные о размере мемпула и цене BitCoin за последние несколько лет. Затем на основе собранных исторических данных была разработана модель, в основе которой лежит использование метода Монте-Карло. Применение разработанной модели позволило оценить вероятность изменения размера мемпула в зависимости от текущей стоимости криптовалюты. Влияние размера мемпула на цену криптовалюты зависит от многих факторов, включая общую экономическую ситуацию, политические события и технические характеристики блокчейна.

В статье [4] делаются предположения о возможности применения различных подходов различные подходы к построению стохастических моделей для блокчейн сетей – как сетевые, оценивающие нагрузку на сеть, так и прикладные, оценивающие рыночные показатели криптовалюты. В обзоре приведены различные параметры сети, например общий хешрейт майнеров, сложность формирования блоков, скорость обработки транзакций и размер мемпула, которые могут являться параметрами в различных стохастических моделях и являться прогнозируемыми.

Ряд работ направлен на моделирование поведения протоколов консенсуса. И в первую очередь рассматривается консенсус Proof of Work (PoW) как один из самых распространенных. Так, например, авторы работы [5] сформировали стохастическую модель процесса работы механизма консенсуса PoW. С использованием сетей Маркова был смоделирован процесс формирования цепочки блоков в сети BitCoin и оценена вероятность угрозы двойной траты. С помощью метода Монте-Карло стало возможно спрогнозировать различные последовательности добавления блока и оценить устойчивость платформы к описываемой угрозе.

Аналогичную задачу пытались решить авторы в работе [6]. Их модель основана на использовании теории случайного блуждания. Моделируя задержку распространения блоков в различных сетевых топологиях, авторы рассматривали два возможных исхода в процессе моделирования: работа системы в режиме, соответствующем оптимальной функции системы; и работа системы в режиме, характеризующимся перегруженным или разветвленным состоянием неоптимальных блокчейнов. Такой подход позволяет получить представление о неоптимальных состояниях в децентрализованной сети, которые в свою очередь нарушают стабильную работу блокчейна. В работе [7] авторы делают попытку создать математическую модель работы консенсуса PoW на основе анализа нескольких параметров таких как: топология сети, расположение узлов майнинга, хешрейт майнера.

Авторы статьи [8] сравнивают различные подходы к прогнозированию цен на опционных рынках акций, однако метод не дал достоверных результатов ввиду того, что данные, используемые для эксперимента, не соответствовали нормальному распределению. Этот опыт позволил оценить требования к имеющимся историческим данным, на основе которых будет выполняться прогнозирование.

В работе [9] авторы различные исследуют уязвимости в существующих блокчейн системах и проводят анализ угроз, которые представляют собой различные теоретические и практические атаки. Рассматривается возможность применения сетей Петри к моделированию таких атак. При этом отдельное внимание уделяется вопросу устойчивости блокчейн системы после развития квантовых компьютеров, которые смогут решать задачи современной асимметричной криптографии.

В статье [10] приводится обзор того, как проблемы блокчейна могут быть решены аналитически посредством синтеза и метаанализа моделей, используемых в научной литературе с момента появления технологии блокчейн.

Авторы статьи [11] рассматривают вопросы моделирования не самого блокчейна как такового. Они проводят моделирование работы информационной системы по отслеживанию поставок товара, реализованной на основе блокчейн-системы при помощи смарт контракта. Моделирование производится в том числе и для случаев, когда злоумышленник пытается изменить или удалить данные внутри блокчейна.

Из проведенного обзора и анализа источников литературы можно сделать вывод, что в настоящий момент ученые предпринимают попытки описать поведение блокчейн сетей с помощью некоторого математического аппарата. И попытки эти в первую очередь направлены или на моделирование работы протоколов консенсуса, или на моделирование самых распространенных угроз для блокчейн-сетей, таких как атака 51% или двойная трата денежных средств [12].

Метод Монте-Карло для моделирования неопределенных событий. Метод Монте-Карло – это статистический метод, который используется для оценки вероятности определенного исхода на основе случайных экспериментов. Он был разработан во время Второй мировой войны для решения сложных задач в области ядерной физики. С тех пор он нашел широкое применение в различных областях, включая финансовую математику, экономику, физику, биологию и т.д.

Основное преимущество метода заключается в том, что он позволяет строить модели для экспериментально полученных данных, связь для которых затруднительно выразить в виде некоторой формулы. Так, например, мы можем наблюдать за погодными явлениями изо дня в день, но нам сложно описать прогнозирование погоды на завтрашний день с помощью универсальной формулы. Именно в таких случаях на помощь приходит метод Монте-Карло [13]. Кроме того, примером применения метода Монте-Карло может быть оценка вероятности выигрыша в лотерее. Для этого можно сгенерировать множество случайных чисел, соответствующих номерам билетов, и на основе результатов оценить вероятность выигрыша.

Необходимо внимательно отнестись к процессу формирования статистических данных, поскольку от этого будет напрямую зависеть результат работы модели. В случае, если собранные данные равновероятны или близки к этому, необходимо использовать качественный генератор псевдослучайных чисел. Однако, чаще всего при моделировании приходится сталкиваться с распределением Пуассона или распределением Бернулли. Распределение Пуассона показывает число событий, произошедших за определенный промежуток и с определенной интенсивностью [14], а распределение Бернулли в свою очередь тоже является дискретным, но позволяет описывать ситуации, когда у случайной переменной всего 2 значения, например Истина и Ложь [15].

Работоспособность метода Монте-Карло опирается на центральную предельную теорему [16], которая, если говорить простыми словами, сводится к следующему: сумма случайных величин есть величина не случайная.

Например, если нам необходимо вычислить величину к, то необходимо ввести некоторое случайное значение μ такое, что $M\mu = \kappa$. При этом рассмотрев большое количество N случайных величин μ, распределения которых совпадают, то распределение суммы этих величин $\rho N = \sum_i \mu_i$ должно оказаться нормальным [17]. Тогда, согласно Центральной предельной теоремы мы получаем следующую формулу, которая позволяет рассчитать к, а также оценить величину погрешности:

$$P\left(\left|\frac{1}{N}\sum_i \mu_i - \kappa\right| \le x\frac{b}{\sqrt{N}}\right) \to 2\Phi(x),$$

где $2\Phi(x)$ функция распределения для нормального стандартного распределения.

Нормальное распределение задается функцией плотностью распределения, которая соответствует с функцией Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2},$$

где μ – математическое ожидание, а σ – среднеквадратичное отклонение.

То есть, если случайные величины, значение которых мало зависимо между собой, вносят небольшой вклад в общее значение случайной величины, то согласно центральной предельной теоремы распределение этой случай величины будет называться нормальным [18]. Такое распределение широко используется в различных научных областях, включая математическую статистику и статистическую физику.

Таким образом, суть метода заключается в том, что случайные числа генерируются множество раз, и на основе результатов этих экспериментов оценивается вероятность определенного исхода. Чем больше число экспериментов, тем точнее будет оценка вероятности.

Для применения метода Монте-Карло в задачах анализа необходимо выполнить следующие шаги:

- фиксация анализируемого параметра;
- формирование модели, для вычисления результата;
- определение закона распределения применяемых параметров;
- многократное выполнение эксперимента/вычислений;
- анализ полученных значений, оценка результатов.

Сбор исторических данных и их анализ. В ходе анализа данных в сети BitCoin в ходе изучения графиков различных показателей было замечено визуальное сходство двух графиков – размера мемпула и стоимости криптовалюты (рис. 1). Это подтолкнуло к изучению влияния одного параметра на другой.

Рис. 1. Графики размера мемпула и стоимости криптовалюты

При постановке цели научной работы был задан диапазон данных, которые будут рассматриваться при построении стохастической модели. Имея к рассмотрению усредненные данные за каждый день начиная с 2009 года, было принято решение отказаться от большей их части в виду того, что в начале своей работы вплоть до 2017 года платформа не пользовалась популярностью и эти данные могли бы исказить результат. Данные 2018-2019 годов также не были приняты во внимание в виду пиковой нагрузки и пересмотренных после этого протоколов работы. Таким образом в исследовании использованы данные 2020-2023 годов, объем выборки составляет более 1000 наборов значений, диапазон получился достаточно большим, чтобы иметь возможность сформировать модель с адекватным поведением, то есть такую, которая бы давала корректный результат в рамках допустимых диапазонов.

С использованием API к сервису [19] были получены необходимые сведения о состоянии мемпула и значении стоимости криптовалюты в усредненном виде в каждый день диапазона. После этого были построены графики, которые позволяют оценить качество распределения значения R, которое было вычислено по формуле:

$$R = \frac{M\_size}{C\_price},$$

где M_size – размер мемпула, а C_price – стоимость одной монеты BitCoin.

Первый график (рис. 2) был построен в виде гистограммы с распределением полученных значений по частоте получения по 700 столбцам, однако для более детальной и наглядной картины, был построен другой график (рис. 3), в котором значения распределялись уже по 7000 столбцам. Однако общая картина распределения очевидна в обоих случаях – наиболее часто значение ratio попадает в левую часть графика, то есть диапазон значений от 10 до 1000 (значений меньше 10 не было получено на рассматриваемом наборе данных).

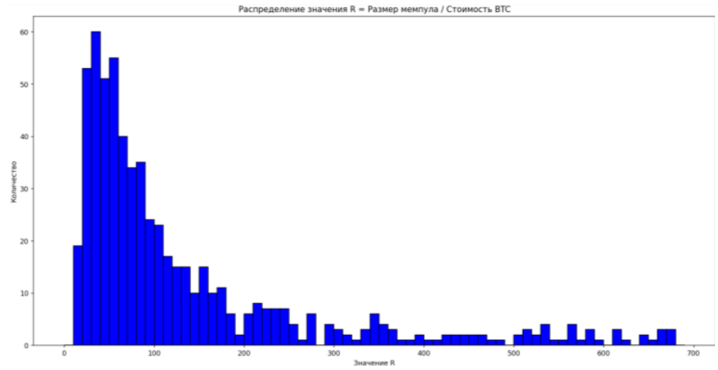

Рис. 2. Распределение значения ratio в гистограмме с 700 столбцами

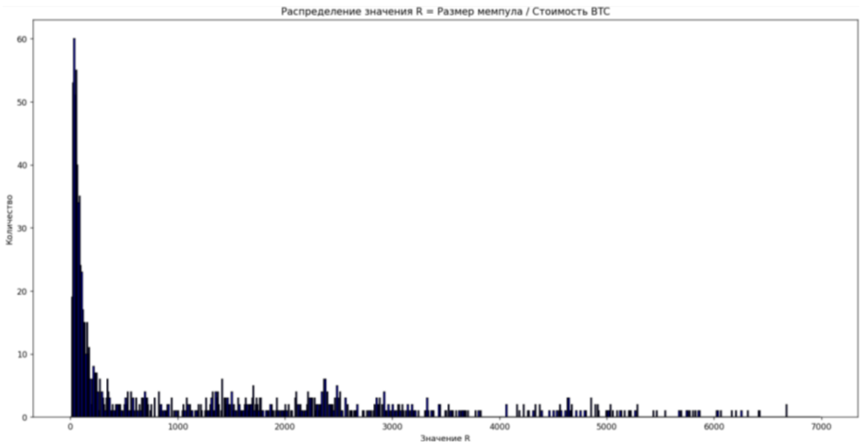

Рис. 3. Распределение значения ratio в гистограмме с 7000 столбцами

Данный график показал неслучайность распределения и подтвердил гипотезу о некоторой зависимости размера мемпула от значения стоимости криптовалюты, то есть подтвердил гипотезу о некоторой существующей корреляции между двумя рассматриваемыми параметрами. О корреляции говорят, когда некоторые параметры могут быть измерены, но их поведение невозможно изменить [20]. В данном случае повышение одного параметра влечет за собой повышение второго, то есть наблюдается положительная корреляция между ними. Однако в виду неполных данных и невозможности получения точного значения цены для случайного значения параметра стоимости криптовалюты, был применен метод Монте-Карло для прогнозирования размера мемпула на основе полученного распределения.

Решение задачи прогнозирования размера мемпула. Далеко не всегда при использовании метода Монте-Карло возможно существование формализованной математической модели, которая позволяет с высокой точностью провести эксперименты. Это связано со стохастичностью рассматриваемого процесса и влияния на него сразу нескольких факторов, некоторые из которых в том числе не могут быть измерены. В связи с этим модели допускают ряд упрощений в рамках конкретной поставленной задачи. В данном случае не берется во внимание размер блока в виду его незначительного отклонения от установленного нормального размера в 1 мегабайт. Кроме того, сложность сети варьируется один раз каждые 2016 блоков, то есть примерно 1 раз в две недели. Поэтому данный параметр может рассматриваться в более сложной модели с множеством других факторов, но в этой модели также будет опущен из-за его недостаточно динамичного изменения по сравнению с обрабатываемыми данными.

При прогнозировании размера мемпула в зависимости от стоимости криптовалюты была применена следующая методика:

♦ для заданного значения стоимости криптовалюты C_price случайным образом выбирается коэффициент R из неравновероятного распределения этого коэффициента;

♦ значение стоимости криптовалюты C_price умножается на выбранный коэффициент, получая тем самым значение M_size;

♦ эта процедура проводится определенное количество раз, высчитывается среднее арифметическое для полученных значений M_size.

Аналогичный эксперимент проводится для всего ряда значений C_price. В данном исследовании рассматривается диапазон значений от $16000 до $62000 как диапазон известных значений стоимости криптовалюты в рассмотренном промежутке времени. Шаг эксперимента в $200 позволил наглядно продемонстрировать повышение эффективности метода Монте-Карло с увеличением количества экспериментов для каждого значения C_price.

Так, на графике первого эксперимента (рис. 4), когда среднее значение M_size высчитывалось исходя из 100 экспериментов, видно, что значения получают некоторую тенденцию, однако имеют выбросы и отклоняются от нее. При увеличении количества испытаний до 1000 распределение оказывает большее влияние на усреднение получаемого результата и график несколько сглаживается (рис. 5). Увеличение количества экспериментов до 100000 приближает график к прямой линии (рис. 6).

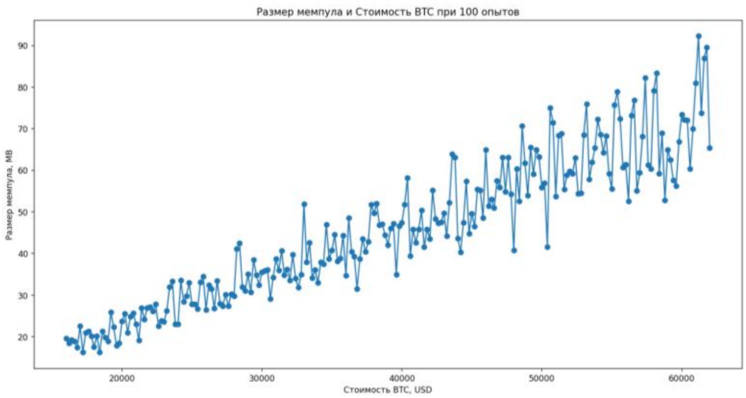

Рис. 4. Результат 100-кратного эксперимента

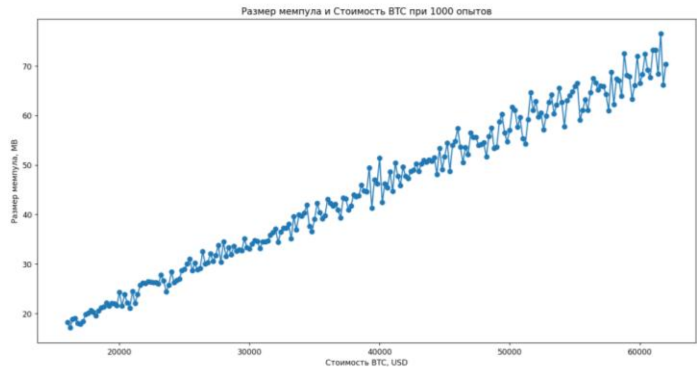

Рис. 5. Результат 1000-кратного эксперимента

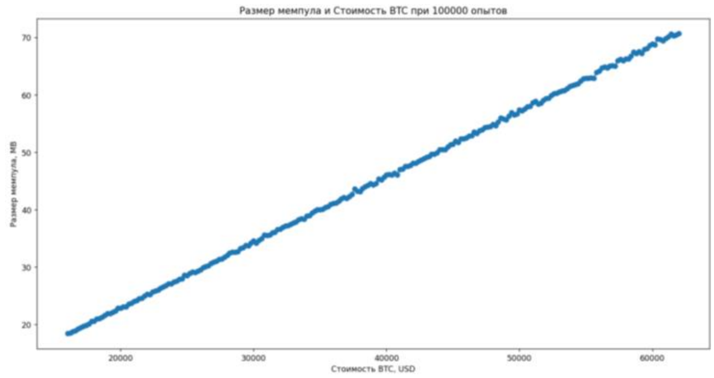

Рис. 6. Результат 100000-кратного эксперимента

В результате проведения эксперимента был построен график значений, который может прогнозировать размер мемпула в зависимости от стоимости криптовалюты.

Заключение. В данной работе была исследована зависимость размера мемпула сети BitCoin от стоимости ее криптовалюты. Получив распределение соотношения на основе исторических данных, с помощью метода Монте-Карло было выполнено прогнозирование объема мемпула при любой стоимости криптовалюты. Увеличение количества экспериментов наглядно доказало повышение качества прогноза.

Дальнейший вектор исследования направлен на изучение взаимосвязи других параметров работы блокчейн сети, например, влияния стоимости криптовалюты на величину хешрейта, или влияние величины хешрейта и размера мемпула на изменение показателя сложности майнинга в системе. Кроме того, будут рассмотрены различные методы построения нейронных сетей, например, перцептрона, или использование метода линейной регрессии, для построения комплексной математической модели эмулятора блокчейн сети.

Работа выполнена при поддержке гранта №40469-23/23-K в рамках программы «МТУСИ Грант ИБ», Московский технический университет связи и информатики.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Loporchio Matteo & Bernasconi Anna & Maesa Damiano & Ricci Laura.* Is Bitcoin gathering dust? An analysis of low-amount Bitcoin transactions // Applied Network Science. – 2023. – 8. – 10.1007/s41109-023-00557-4.
2. *Bhabendu Kumar Mohanta, Debasish Jena, Soumyashree S. Panda, Srichandan Sobhanayak.* Blockchain technology: A survey on applications and security privacy Challenges // Internet of Things. – 2019. – Vol. 8. – 100107. – ISSN 2542-6605. – https://doi.org/10.1016/j.iot.2019.100107.
3. *Ищукова Е.А., Панасенко С.П., Романенко К.С., Салманов В.Д.* Криптографические основы блокчейн-технологий. – М.: ДМК Пресс, 2022. – 302 с.
4. *Kang H., Chang H., Mišić J., Mišić V., Yao Y., Chen Z.* Stochastic Modeling Approaches for Analyzing Blockchain: A Survey. Preprint. – 2020.
5. *Piriou P.-Y., Dumas J.-F.* Simulation of Stochastic Blockchain Models // 2018 14th European Dependable Computing Conference (EDCC), Iasi, Romania, 2018. – P. 150-157. – DOI: 10.1109/EDCC.2018.00035.
6. *Tessone Claudio and Tasca Paolo and Iannelli Flavio*. Stochastic Modelling of Blockchain Consensus (June 11, 2021).
7. *Schwarz-Schilling C., Li S.-N.; Tessone C.J.* Stochastic Modelling of Selfish Mining in Proof-of-Work Protocols // J. Cybersecur. Priv. – 2022. – 2. – P. 292-310. – DOI: 10.3390/jcp2020016.
8. *Pazicky M.* Stock Price Simulation Using Bootstrap and Monte Carlo // Scientific Annals of Economics and Business. – 2017. – 64. – P. 155-170. – DOI: 10.1515/saeb 2017-0010.
9. *Shahriar Md & Bappy Faisal Haque & Hossain.* Modelling Attacks in Blockchain Systems using Petri Nets. – 2020. – 10.1109/TrustCom50675.2020.00142.
10. *Rico-Peña Juan Jesús & Arguedas-Sanz Raquel & López-Martin Carmen.* Models used to characterise blockchain features // A systematic literature review and bibliometric analysis, Technovation. – Elsevier, 2023. – Vol. 123 (C).
11. *Maity M., Tolooie A., Sinha A.K., Tiwari M.K.* Stochastic batch dispersion model to optimize traceability and enhance transparency using Blockchain // Computers & Industrial Engineering. – 2021. – 154. – 107134.
12. *Collin Connors, Dilip Sarkar.* Survey of prominent blockchain development platforms // Journal of Network and Computer Applications. – 2023. – Vol. 216. – 103650. – ISSN 1084-8045, https://doi.org/10.1016/j.jnca.2023.103650.
13. *Baez John & Tweed David.* Monte Carlo Methods in Climate Science // Math Horizons. – 2013. – 21. – P. 5-8. – 10.4169/mathhorizons.21.2.5.
14. *Раменская А.В., Пивоварова К.В.* Метод Монте-Карло и инструментальные средства его реализации: методические указания. – Оренбург: ОГУ, 2018. – 58 с.
15. *Poisson S.-D.* Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile. – Berlin: NG Verlag (Viatcheslav Demidov Inhaber), 2013. – 330 p. – ISBN 978-3-942944-29-8.
16. *Hazewinkel Michiel ed.* "Binomial distribution", Encyclopedia of Mathematics. – Springer, 2001. – ISBN 978-1-55608-010-4.
17. *Анаева М., Араздурдыева Ш., Аллайарова Д.* Применение нормального распределения в статистике // IN SITU. – 2023. – № 2. – С. 64-66. – ISSN (p) 2411-7161 / ISSN (e) 2712-9500.
18. *Тихомиров А.Н.* О центральной предельной теореме // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1. Математика. Механика. Информатика. – 2001. – С. 51-76.
19. Blockchain.com APIs. – URL: https://www.blockchain.com/ru/explorer/api (дата обращения: 29.11.2023).
20. *Баварина А.П., Борисов И.Б.* Современные правила применения корреляционного анализа // В помощь исследователю. – 2021. – № 3 (68). – С. 70-79.

REFERENCES

1. *Loporchio Matteo & Bernasconi Anna & Maesa Damiano & Ricci Laura.* Is Bitcoin gathering dust? An analysis of low-amount Bitcoin transactions, *Applied Network Science,* 2023, 8. 10.1007/s41109-023-00557-4.
2. *Bhabendu Kumar Mohanta, Debasish Jena, Soumyashree S. Panda, Srichandan Sobhanayak.* Blockchain technology: A survey on applications and security privacy Challenges, *Internet of Things,* 2019, Vol. 8, 100107. ISSN 2542-6605. Available at: https://doi.org/10.1016/j.iot.2019.100107.

3. *Ishchukova E.A., Panasenko S.P., Romanenko K.S., Salmanov V.D.* Kriptograficheskie osnovy blokcheyn-tekhnologiy [Cryptographic foundations of blockchain technologies]. Moscow: DMK Press, 2022, 302 p.
4. *Kang H., Chang H., Mišić J., Mišić V., Yao Y., Chen Z.* Stochastic Modeling Approaches for Analyzing Blockchain: A Survey. Preprint. 2020.
5. *Piriou P.-Y., Dumas J.-F.* Simulation of Stochastic Blockchain Models, *2018 14th European Dependable Computing Conference (EDCC), Iasi, Romania, 2018,* pp. 150-157. DOI: 10.1109/EDCC.2018.00035.
6. *Tessone Claudio and Tasca Paolo and Iannelli Flavio*. Stochastic Modelling of Blockchain Consensus (June 11, 2021).
7. *Schwarz-Schilling C., Li S.-N.; Tessone C.J.* Stochastic Modelling of Selfish Mining in Proof-of-Work Protocols, *J. Cybersecur. Priv.*, 2022, 2, pp. 292-310. DOI: 10.3390/jcp2020016.
8. *Pazicky M.* Stock Price Simulation Using Bootstrap and Monte Carlo, *Scientific Annals of Economics and Business,* 2017, 64, pp. 155-170. DOI: 10.1515/saeb 2017-0010.
9. *Shahriar Md & Bappy Faisal Haque & Hossain.* Modelling Attacks in Blockchain Systems using Petri Nets. 2020. 10.1109/TrustCom50675.2020.00142.
10. *Rico-Peña Juan Jesús & Arguedas-Sanz Raquel & López-Martin Carmen.* Models used to characterise blockchain features, *A systematic literature review and bibliometric analysis*, *Technovation.* Elsevier, 2023, Vol. 123 (C).
11. *Maity M., Tolooie A., Sinha A.K., Tiwari M.K.* Stochastic batch dispersion model to optimize traceability and enhance transparency using Blockchain, *Computers & Industrial Engineering,* 2021, 154, 107134.
12. *Collin Connors, Dilip Sarkar.* Survey of prominent blockchain development platforms, *Journal of Network and Computer Applications,* 2023, Vol. 216, 103650. ISSN 1084-8045, https://doi.org/10.1016/j.jnca.2023.103650.
13. *Baez John & Tweed David.* Monte Carlo Methods in Climate Science, *Math Horizons,* 2013, 21, pp. 5-8. 10.4169/mathhorizons.21.2.5.
14. *Ramenskaya A.V., Pivovarova K.V.* Metod Monte-Karlo i instrumental'nye sredstva ego realizatsii: metodicheskie ukazaniya [Monte Carlo method and tools for its implementation: guidelines]. Orenburg: OGU, 2018, 58 p.
15. *Poisson S.-D.* Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile. Berlin: NG Verlag (Viatcheslav Demidov Inhaber), 2013, 330 p. ISBN 978-3-942944-29-8.
16. *Hazewinkel Michiel ed.* "Binomial distribution", Encyclopedia of Mathematics. Springer, 2001. ISBN 978-1-55608-010-4.
17. *Anaeva M., Arazdurdyeva Sh., Allayarova D.* Primenenie normal'nogo raspredeleniya v statistike [Application of normal distribution in statistics], *IN SITU* [IN SITU], 2023, No. 2, pp. 64-66. – ISSN (p) 2411-7161 / ISSN (e) 2712-9500.
18. *Tikhomirov A.N.* O tsentral'noy predel'noy teoreme [On the central limit theorem], *Vestnik Syktyvkarskogo universiteta. Ser. 1. Matematika. Mekhanika. Informatika* [Bulletin of Syktyvkar University. Ser. 1. Mathematics. Mechanics. Computer science], 2001, pp. 51-76.
19. Blockchain.com APIs. Available at: https://www.blockchain.com/ru/explorer/api (accessed 29 November 2023).
20. *Bavarina A.P., Borisov I.B.* Sovremennye pravila primeneniya korrelyatsionnogo analiza [Modern rules for using correlation analysis], *V pomoshch' issledovatelyu* [To help the researcher], 2021, No. 3 (68), pp. 70-79.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Г.В. Куповых.

Салманов Вячеслав Дмитриевич – Южный федеральный университет; e-mail: vsalmanov@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79996944666;кафедра безопасности информационных технологий им. О.Б. Макаревича; ассистент.

Salmanov Vyacheslav Dmitrievich – Southern Federal University; e-mail: vsalmanov@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79996944666; the department of security of information technology named by O.B. Makarevich; assistant.