УДК 629.051 DOI 10.18522/2311-3103-2024-1-142-155

А.П. Зыков, П.Н. Миронов

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОМПЛЕКСНОЙ ОБРАБОТКИ НАВИГАЦИОННЫХ ДАННЫХ РТК

В настоящее время в навигационных системах робото-технических комплексов (РТК) используют разнородные датчики первичной информации, которые могут обеспечивать избыточность навигационных данных. Это позволяет повысить точность вычисления параметров движения, а так же позволяет определять их с большей надёжностью при условии выхода из строя одного или нескольких датчиков. В работе дан обзор и приводится классификация низкоуровневых математических методов обработки переопределённых параметров состояния систем навигации РТК. Отмечается, что задача комплексирования является подобластью задачи идентификации систем и поэтому имеет общие с ней подходы к построению решения. В подавляющем большинстве методов, построенных на оптимизационном подходе, в качестве критерия оптимальности используется квадратичная функция ошибок. Все математические методы объединения (комплексной обработки или комплексирования) каких-либо данных разделяют на низко-, средне- и высокоуровневые. В системах навигации наибольшее применение имеют низкоуровневые методы, такие как рекурсивные, нерекурсивные и методы на основе ковариаций. Нерекурсивные методы редко используются напрямую. Рекурсивные, как правило, построены по схеме фильтра Калмана. Не все методы устойчивы к негауссовости и корреляционной зависимости исходных данных, что часто встречается в системах навигации с переопределёнными данными. Кроме того, не все методы могут использоваться для решения проблемы релевантности данных, поступающих от навигационных приборов. Отмечается, что для методов комплексирования ключевым является подход объединения данных в информационном пространстве, понимаемом, как обратное к ковариационному, поскольку подавляющая часть методов, включая байесовские, сводятся к нему. В связи с этим, наибольший интерес представляют методы на основе ковариаций. Однако, для решения проблемы релевантности данных в системах навигации, являющихся системами реального времени, существующие методы плохо приспособлены, поскольку требуют при каждом такте объединения данных решения трудоёмкой в вычислительном плане оптимизационной задачи. Таким образом, существует проблема разработки новых подходов к решению этой задачи.

Навигационные системы; комплексирование данных; фильтр Калмана; обработка данных; информационное пространство; идентификация систем; системы реального времени.

A.P. Zykov, P.N. Mironov

MATHEMATICAL METHODS OF COMPLEX PROCESSING OF RTC NAVIGATION DATA

Nowadays, the navigation systems of robot-technical complexes (RTC) use heterogeneous sensors of primary information, which can provide redundancy of navigation data. This allows to increase the accuracy of calculation of motion parameters, as well as allows to determine them with greater reliability in case of failure of one or more sensors. The paper gives a review and classification of low-level mathematical methods of processing overridden state parameters of RTC navigation systems. It is noted that the problem of combining is a subfield of the problem of system identification and therefore has common approaches to the construction of the solution. In the vast majority of methods based on the optimization approach, the quadratic error function is used as the optimality criterion. All mathematical methods of combining (complex processing or fusion) any data are divided into low-, medium- and high-level methods. In navigation systems, low-level methods such as recursive, nonrecursive, and covariance-based methods are the most used. Non-recursive methods are rarely used directly. Recursive ones are usually constructed using a Kalman filter scheme. Recursive ones, as a rule, are constructed according to the Kalman filter scheme. Not all methods are robust to non-Gaussianity and correlation dependence of the original data, which is often encountered in navigation systems with overdetermined data. In addition, not all methods can be used to address the relevance of data from navigation instruments. It is noted that the key for combining methods is the approach of fusion data in an information space, understood as the inverse of covariance, since the vast majority of methods, including Bayesian methods, are reducible to it. In this regard, covariance-based methods are of most interest. However, for *solving the problem of data relevance in navigation, the existing methods are poorly suited to the problem of data relevance because they require computationally intensive optimization problem solving at each step, and navigation systems are real-time systems. Thus, there is a problem of developing new approaches to solve this problem.*

Navigation systems; data fusion; Kalman filter; data processing; information space; system identification; real-time systems.

1. Введение. Развитие технологий в области навигации приводит к появлению новых методов и улучшение характеристик известных навигационных приборов. Благодаря различной физической природе и различным принципам формирования данных совместное использование нескольких приборов, определяющих одну и ту же величину, позволяет ограничить рост погрешностей, снизить шумовую составляющую измерений, повысить темп выдачи навигационной информации, заметно повысить защищенность от помех различной природы. В современных условиях вопрос дублирования навигационной информации приобретает особую актуальность в связи с развитием средств радиоэлектронной борьбы. В таких условиях требуется решать задачи объединения данных и определения степени их достоверности. Это требует совершенствования математических алгоритмов обработки данных. Задачи совместного использования различных приборов навигации, обеспечивающих избыточность (переопределённость) навигационной информации, решаются методами комплексирования, т.е. к*о*мплексной (совместной) обработки данных. В работе [1] отмечалось, что задача комплексирования сводится к задаче оценивания состояния динамической системы по зашумленным данным, которая в свою очередь является одной из задач идентификации систем.

2. Принципы построения математических моделей систем. Идентификация систем базируется на теории случайных процессов, поскольку все экспериментальные данные содержат как полезную, так и случайную информацию, уровень их содержания в данных характеризуется отношением сигнал / шум. При идентификации той или иной системы разделяют этапы построения её модели (синтез) и определения оптимальных параметров этой модели. Последнюю операцию называют подгонкой параметров по тестовым данным [2], она тесно связана с анализом точности [1]. Оценка параметров модели производится по обучающей выборке либо при построении модели, либо в процессе её эксплуатации.

В общем случае при построении моделей динамических систем считается, что, с одной стороны, модель системы должна быть максимально простой, а с другой – наилучшим способом описывать обучающую выборку. Исходя из этого, процесс выбора наилучшей модели из некоторого их набора **M** заключается в решении задачи оптимизации [2, 3]:

$$\hat{\mathbf{m}} = \arg\min_{\mathbf{m}\in\mathbf{M}} \left\{F(\mathbf{m}, Z_e^n) + h(C(\mathbf{m}), p)\right\}, \quad (1)$$

где $F(\bullet,\bullet)$ – выбранная мера соответствия между моделью **m** и Z_e – выборкой p векторов обучающих данных; $C(\bullet)$ – сложность модели **m**; $h(\bullet,\bullet)$ – штраф за сложность модели, снижающийся с ростом p количества векторов обучающей выборки. Необходимость следующего шага – подгонки параметров модели по тестовым данным Z_v – заключается в том, что обучающая выборка практически никогда не может охватить весь спектр возможных значений параметров системы z. Обзор процесса подгонки описан, например, в [2]. Наилучшую модель принято характеризовать двумя параметрами: смещением от истинного описания системы и её точностью, характеризующейся дисперсией (или СКО). Такая оценка качества модели основана на очевидном соотношении (2): если предположить, что существует истинное описание системы **S**, то среднеквадратическую ошибку её описания моделью можно представить в виде:

$$W = M\left[(\mathbf{S}-\hat{\mathbf{m}})^2\right] = (\mathbf{S}-\mathbf{m}^*)^2 + M\left[(\hat{\mathbf{m}}-\mathbf{m}^*)^2\right] = B + V, \quad \mathbf{m}^* = M[\hat{\mathbf{m}}], \quad (2)$$

где $M[\bullet]$ – операция вычисления математического ожидания, в данном случае – по множеству **M** с вероятностями, характеризующими степень соответствия моделируемой системе. В работе [2] отмечалось, что наилучшая модель как правило принадлежит такому набору **M**, для которого $B \neq 0$, даже если существует набор моделей без смещения. Поэтому был сделан вывод, что следует стремиться к разумным приближениям, минимизирующим W, а не к полному соответствию между моделью и системой.

Поиск минимума в (1) – это предмет исследования такого раздела математики, как глобальная оптимизация. В зависимости от характера функционалов F и h методы поиска глобального минимума могут сильно отличаться. В самом простом случае, когда $(F + h)$ – выпуклый функционал с единственным минимумом задача решается его дифференцированием по параметрам модели. В более сложных случаях применяют различные модификации метода градиентного спуска и другие методы поиска глобалного минимума. Вопрос о выпуклости минимизируемого функционала является существенным, поскольку поиск минимума невыпуклого функционала может привести к локальному, а не к глобальному минимуму. Методы оптимизации, в том числе и в условиях невыпуклости и плохой обусловленности минимизируемых функционалов, описаны во многих курсах оптимизации, например, в работе [4].

3. Классификация математических методов комплексирования. В обзорной работе [5] приводится подробная классификация методов комплексирования с учётом уровня их объединения. В частности, авторы разделили математические методы объединения данных на низко-, средне- и высокоуровневые, которые соответственно были названы методами *оценки*, *классификации* и *прогнозирования*. В задачах комплексирования навигационных данных РТК, чаще всего используют низкоуровневые методы оценки, такие как рекурсивные методы, нерекурсивные и методы на основе ковариаций, которые и будут рассмотрены ниже. Таким образом, здесь не рассматриваются методы с использованием, например, нечёткой логики или нейронных сетей.

3.1. Общий подход к обработке переопределённых данных.

3.1.1. Постановка задачи комплексирования данных. Задача оценки параметров при комплексной обработке данных может быть как линейной, так и нелинейной [1, 6]. Как правило, данные, поступающие в комплексирующий блок, объединяют в единый переопределённый вектор наблюдения. Размерность суммарного вектора может зависеть не только от количества навигационных приборов, но и от способа формирования исходных данных, поскольку количество первичных данных того или иного прибора может не совпадать с количеством формируемых им параметров. У каждого параметра векторов данных существует своя точность. Поэтому принято, что на вход комплексирующего блока поступает вектор наблюдений z размерности m, который содержит в себе аддитивную стационарную случайную составляющую   с ковариационной функцией , а на выходе получают вектор состояния x размерности n с случайной составляющей ошибок w и ковариацией Q:

$$z_i = \langle z_i \rangle + \tilde{v}_i\,, \quad \tilde{R} = M[\tilde{v}\tilde{v}^T]\,, \quad x = \langle x \rangle + w\,, \quad Q = M[ww^T]. \tag{3}$$

Треугольные скобки обозначают математическое ожидание вектора. Связь между векторами посредством комплексирующего блока описывается функционалом:

$$z = H(x). \tag{4}$$

Подстановка в (4) выражений (3) даёт

$$\langle z \rangle + \tilde{v} = H(\langle x \rangle + w) = H(\langle x \rangle) + \tilde{\tilde{v}}. \tag{5}$$

То есть для математических ожиданий векторов наблюдения и состояния выражение (4) выполняется с некоторой точностью, более того, случайный процесс не обязан быть стационарным и гауссовским. Ниже символы математического ожидания векторов опущены, вместо (5) будет рассматриваться выражение

$$z = H(x) + v\,, \quad R = M\left[vv^T\right], \tag{6}$$

Поскольку речь идёт о моделях динамических систем, то они устанавливают связь между последовательностями векторов наблюдения и состояния: $\{z^t\}_{t=1\div p} \to \{x^t\}_{t=1\div l}$. Как известно [1, 7], в случае, $p > l$ задача определения $\{x^t\}$ по последовательности $\{z^t\}_{t=1\div p}$ является задачей *сглаживания*, в случае, $p = l$ – задачей *фильтрации*, в случае, $p < l$ – задачей *экстраполяции*.

Будем считать, что в каждый момент времени t функционал H и вектор z в (6) состоят из r блоков, каждый из которых даёт некоторую оценку вектора состояния, а точность вектора наблюдений определяется блочной ковариационной матрицей $R_{i,j}$:

$$z = [\bar{z}_1 \quad \cdots \quad \bar{z}_r]^T = [H_1 \quad \cdots \quad H_r]^T x + [\bar{v}_1 \quad \cdots \quad \bar{v}_r]^T, R_{i,j} = M[\bar{v}_j \bar{v}_i^T]. \quad (7)$$

Это означает, что максимальная степень переопределённости вектора состояния равна r. Таким образом, (7) связывает вектор состояния (x, Q) и r случайных векторов наблюдения $\{(\ _1, R_{1,1}), \ldots (\ _r, R_{r,r})\}$ с кросс-ковариациями $R_{i,j}$ (при $i \neq j$) через операторы H_j. Суть комплексирования сводится к определению последовательности векторов состояния $\{x^t\}$ фильтрацией последовательности векторов наблюдения $\{z^t\}$ решением оптимизационной задачи выбора модели (1) со связью между векторами наблюдения и состояния через выражение (7).

Задача комплексирования тесно связана с задачей сглаживания данных. Существуют различные схемы комплексирования, которые отличаются относительным расположенем фильтров данных и комплексирующего блока: объединение данных может быть либо до фильтрации данных, и тогда методы называют *децентрализованными* [1], либо после, тогда методы называют *централизованными*.

3.1.2. Мера соответствия модели в системах навигации. Результат, который возвращает модель системы (1), – это вектор её состояния $\to x$. При решении задачи построения модели (синтеза алгоритма) в качестве меры соответствия $F(\bullet,\bullet)$ (критерия оптимальности) в задачах обработки навигационной информации наибольшее распространение получил квадратичный функционал потерь [1], который минимизирует дисперсию случайного процесса в (6):

$$L(z - H(x)) = \sum\nolimits_i (z_i - H_i(x))^2 = Sp\{\,[z - H(x)][z - H(x)]^T\}. \quad (8)$$

Построенный на его основе критерий оптимальности оценки имеет вид:

$$F(x, z) = M[L(z - H(x))] = Sp\{R\}. \quad (9)$$

Что касается регуляризирующего слагаемого $h(C, p)$ в (1), то зачастую при построении моделей комплексирования в системах навигации его опускают.

В то же время, как отмечено в [7], следует учитывать, что фильтры, использующие квадратичную функцию меры соответствия модели на приращениях состояния (9), не способны отслеживать быстрые скачки в динамике состояния.

3.1.3. Инвариантные и неинвариантные алгоритмы. В линейных или нелинейных задачах оценивания различают инвариантные и неинвариантные алгоритмы [1, 6, 8].

3.1.3.1. В инвариантных алгоритмах используется только информация о стохастических свойствах ошибок измерения. Как правило, один из блоков вектора наблюдений принимается основным, а для остальных показаний вычисляются ошибки измерения по сравнению с выбранным. Полученные разностные измерения подвергаются процедуре оптимальной фильтрации, в результате чего получают оценки погрешностей навигационных параметров. В этом случае ошибки оценок не зависят от оцениваемого вектора, т.е. они инвариантны по отношению к нему [1]. Оценки значений этих параметров получают путем их коррекции на величину оптимальных оценок погрешностей. Преимуществом инвариантных алгоритмов является их независимость от динамики конкретного объекта, что уменьшает риск расходимости комплексирующего блока из-за неточной исходной информации. Первичной задачей в таких алгоритмах является формирование системы уравнений для вычисления погрешностей [8–11].

3.1.3.2. В неинвариантных алгоритмах кроме априорной информации о стохастических свойствах ошибок измерения используется еще информация о самом векторе оцениваемых параметров. В этом случае ошибка оценки параметров зависит не только от ошибок измерения, но и от самого оцениваемого параметра, поэтому такие алгоритмы называют неинвариантным. Задача комплексирования решается для навигационных параметров, свойства которых, как случайных процессов, описываются с учетом уравнений динамики объекта. Инвариантный подход позволяет получить более высокую точность вычислений, однако он значительно более затратный с вычислительной точки зрения [1, 8].

3.2. Нерекурсивные методы оценивания. К нерекурсивным методам оценивания, согласно классификации [5], относятся метод средневзвешенных значений и метод наименьших квадратов. В работе [1] эти методы названы *детерминированными* или *нестохастическими*.

3.2.1. Метод наименьших квадратов (МНК). В работе [1] приводится три разновидности МНК: 1) простой МНК; 2) ОМНК – обобщённый МНК; 3) ММНК – модифицированный МНК. С точки зрения идентификации систем, метод наименьших квадратов заключается в использовании в качестве критерия оптимальности в (1) функционала вида:

$$F(x,z) = (z - H(x))S(z - H(x))^T. \tag{10}$$

Здесь S – весовая матрица, предназначенная для того, чтобы обеспечить возможность по-разному учитывать вклад отличий невязок, соответствующих различным компонентам вектора состояния. Для простого метода МНК весовая матрица равна единичной. В модифицированном МНК кроме того используется регуляризирующее слагаемое в виде

$$h(x) = (x - x_0)D(x - x_0)^T, \tag{11}$$

где D – симметричная неотрицательно определённая матрица.

3.2.2. Метод средневзвешенных значений. Данный метод напоминает вычисление математического ожидания параметров вектора состояния x по данным вектора наблюдений z, состоящего из блоков по n параметров, и каждый блок является оценкой вектора x (7). В этих условиях определён функционал W, обратный к H:

$$W = H^{-1}: \quad x = \sum\nolimits_{j=1}^{r} W_j \bar{z}_j. \tag{12}$$

Размерности векторов x и z – n и m связаны друг с другом равенством $n\,r = m$, где r – максимальная степень переопределённости параметров вектора состояния. В этом методе $W_{i,j}$ – весовые коэффициенты, определяющие вклад i-х параметров j-того блока вектора z в i-ые параметры вектора x. Причём коэффициенты $W_{i,\cdot}$ нормированы. Таким образом, функционал W задаётся блочной ($n \times n \cdot r$) матрицей:

$$W = [W_1 \quad \cdots \quad W_r], \quad W_i = W_{i,j}\delta_k^i \quad \sum\nolimits_{j=1}^{r} W_{i,j} = 1 \quad \forall i,k = 1 \div n. \tag{13}$$

$W_{i,j}$ представляют собой числа от 0 до 1, нормированные по каждой компоненте вектора состояния. Заметим, что они не могут быть интерпретированы, как вероятности реализации компонент x_i, поскольку значения $z_{i+(j-1)n}$ ($j = 1 \div r$) являются результатами измерений от различных приборов. Поэтому метод называется методом средневзвешенных значений. Выбор коэффициентов W должен минимизировать функцию (9).

К недостаткам нерекурсивных методов относится то обстоятельство, что такие методы не учитывают точность и адекватность используемых оценок вектора состояния и не оценивают точность даваемой ими оценки. Однако, они с успехом применяются, как составные части других методов комплексирования.

3.3. Объединение данных на основе ковариаций. Строго говоря, методы на основе ковариаций так же можно рассматривать, как разновидность нерекурсивных методов. Однако, их отделяют от последних, поскольку они построены на использовании точности данных комплексирования, и объединение данных каждого параметра происходит в информационном пространстве, являющимся обратным к ковариационному. Происходит объединение информации о каждом параметре, что позволяет получить синхронизированные оценки вектора состояния. Связь между параметрами информационного состояния и традиционными параметрами состояния и наблюдения определяется равенствами:

$$Y = H^T R^{-1} H, \quad y = Yx, \tag{14}$$

где y – вектор информационного состояния с информационной матрицей Y. Ещё описанные в этом разделе методы называют *небайесовскими* [1], отличая их от байесовских, в основу принципа действия которых заложена теорема Байеса.

Рассматриваемые здесь методы в большинстве своём аналогичны методу (12, 13). Предполагается, что для каждого измерения известна ковариация. В формулировке некоторых методов каждый блок из (7) H_i представляет из себя единичные матрицы размерности n, вектор наблюдения z представляет из себя r блоков прямой оценки вектора состояния x. Однако, ничто не мешает заменить любую оценку z_i на результат действия функционала $H_i^{-1}(\ _i)$ и оценку ковариации, например, на $R_i = M[H_i^{-1}\ _i(H_i^{-1}\ _i)^T]$ или полученную каким-либо другим способом. Таким образом, ниже представлены шаблоны методов, основанные на использовании ковариаций. Все эти методы нечувствительны к коррелированности и гауссовости оценок $(\ _i, R_{i,i})$.

3.3.1. Ковариационное пересечение (CI). В работе [12] был предложен метод ковариационного пересечения, который даёт оценку объединения данных от двух источников и не использует предположений о независимости и гауссовости исходных оценок. Формируемая оценка (c, Q_{cc}) на основе данных двух входных переменных $(\ , R_{aa})$ и (b, R_{bb}) является согласованной для любой степени корреляции между двумя входными переменными. Под согласованностью понимается неотрицательная определённость разницы матриц Q ковариации получаемой оценки и фактической ковариации $Q^{эксп}$:

$$Q - Q^{эксп} \geq 0 \tag{15}$$

при условии согласованности самих оценок $(\ , R_{aa})$ и (b, R_{bb}). Метод даёт верхнюю границу ковариации. Его формулировка включает параметр $W \in [0, 1]$, который позволяет оптимизировать получаемую оценку по отношению к различным функциям меры соответствия модели (1). Метод сводится к уравнениям:

$$\begin{aligned} Q_{cc}^{-1} &= W \cdot R_{aa}^{-1} + (1-W) \cdot R_{bb}^{-1} \\ Q_{cc}^{-1}\bar{c} &= W \cdot R_{aa}^{-1}\bar{a} + (1-W) \cdot R_{bb}^{-1}\bar{b} \end{aligned}. \tag{16}$$

В работе [12] также было показано, что получаемая этим методом комплексированная оценка (c, Q_{cc}) имеет меньший разброс, чем у исходных данных, т.е. дополнительная информация об оцениваемом параметре позволяет улучшить прогноз. Суть алгоритма сводится к такому объединению данных, в котором берется выпуклая комбинация средних и ковариаций в информационном пространстве. Сравнивая его с методом средневзвешенных оценок, можно видеть, что в качестве исходных оценок выступают комбинации $R_i^{-1}\ _i$, а оценка результирующей ковариации осуществляется в информационном пространстве и определяется только точностями исходных данных, поэтому этот метод являются инвариантным. Обобщение алгоритма (16) для r оценок вектора состояния x приводит к выражениям [13]:

$$x = Q\sum_{j=1}^{r} W_j R_j^{-1}\bar{z}_j\,, \quad Q = \left[\sum_{j=1}^{r} W_j R_j^{-1}\right]^{-1}, \tag{17}$$

где W_j – блочные матрицы, определённые в (13). Обычно W выбирается путем минимизации определителя или следа объединенной ковариации состояния Q, но есть и работы, например [14], в которых весовые коэффициенты несут смысл регулирования вклада каждого измерения в зависимости от их релевантности. Один из методов определения весовых коэффициентов описан в [13]. Метод CI позволяет объединить отдельные преимущества датчиков и получить результирующий вектор состояния с меньшей погрешностью. Однако, следует заметить, что при некоторых условиях даже при согласованности всех исходных оценок ($_i$, R_i) обобщённый метод (17) может давать несогласованную оценку [5].

Можно заметить, что если оценки параметров от различных источников имеют одинаковую ковариацию ошибок, т.е. если $R_{i,j} = R_{i,k}$ для любых $i = 1 \div n$ и $j,k = 1 \div r$, то метод переходит в метод средневзвешенных значений (12).

3.3.2. Простая выпуклая комбинация. Этот метод является одним из самых простых алгоритмов комплексирования данных и является упрощённой версией предыдущего метода. Если все весовые коэффициенты в методе ковариационного пересечения, соответствующие i-му параметру вектора состояния, равны, т.е. $W_{i,j} = W_{i,k}$ для любых $i = 1 \div n$ и $j,k = 1 \div r$, то метод CI переходит в метод простой выпуклой комбинации. Так же, как и предыдущий, он подходит для неизвестной корреляции между параметрами. Комплексированное значение вектора состояния x и его ковариация Q определяются выражениями [1]:

$$x = Q\sum_{j=1}^{r} R_j^{-1}\bar{z}_j , \quad Q = \left[\sum_{j=1}^{r} R_j^{-1}\right]^{-1}. \tag{18}$$

Метод не требует оптимизации каких-либо параметров, и если определены все оценки ($_j$, R_j), то оценка комплексирования получается прямым вычислением. Для успешного применения этого метода следует быть уверенным в том, что векторы $_j$ дают достаточно близкие оценки. В частности, такой метод оценки можно успешно применять в системах, когда речь идёт об объединении отфильтрованных решений с известными матрицами ковариаций R_j, и можно установить, что расхождение оценок невелико. Очевидно, что данный метод так же является инвариантным.

В более общем виде такой алгоритм может быть сформулирован следующим образом. Из (7) можно сделать вывод, что общее уравнение (4) может быть заменено системой уравнений:

$$z_j = H_j x, \quad R_j = H_j Q_j H_j^T, \tag{19}$$

где Q_j – вклад j-й составляющей вектора наблюдения в общую ошибку оценки вектора состояния. Согласно построению метода (17) общая ошибка определяется в информационном пространстве, обратном к ковариационному, т.е.

$$Q^{-1} = \sum_{j=1}^{r} Q_j^{-1} = \sum_{j=1}^{r} H_j^T R_j^{-1} H_j \cdot \tag{20}$$

Пусть наилучшую оценку вектора состояния обеспечивает r-я составляющая вектора наблюдения. Построение инвариантного алгоритма по работе [1] предполагает вычисление отклонений остальных (r – 1) оценок вектора состояния от r-ой по формулам:

$$\Delta x_j = H_j^{-1}\bar{z}_j - H_r^{-1}\bar{z}_r , \quad j = 1 \div (r-1). \tag{21}$$

После определения оптимального значения Δx, наилучшим образом удовлетворяющее всем уравнениям (21), окончательная оценка вектора состояния определяется как сумма

$$x = x_r + \Delta x. \tag{22}$$

Если же для всех j выполнено $H_j = I$. Тогда $_i$ являются прямыми оценками вектора x, и оценку (18) можно преобразовать следующим образом

$$x = Q\left[R_r^{-1} x_r + \sum_{j=1}^{r-1} R_j^{-1}(x_j - x_r) + \sum_{j=1}^{r-1} R_j^{-1} x_r \right] = x_r + Q\sum_{j=1}^{r-1} R_j^{-1} \Delta x_j \,. \tag{23}$$

Видно, что в данном случае не требуется решать оптимизационную задачу для (21) и поправка Δx к основному состоянию x_r вычисляется напрямую.

3.3.3. Объединение измерений. Идея метода заключается в том, чтобы оценку вектора состояния проводить посредством фильтра на основе вектора объединённого наблюдения. Таким образом, объединение данных проводится на уровне вектора наблюдения, при этом формируется комплексированное измерение [15]. Такая схема эквивалентна схеме ковариационного пересечения или простой выпуклой комбинации по принципу децентрализованного алгоритма. Комплексированное измерение z_c и его ковариация R_c определяются выражениями, аналогичными (18):

$$z_c = R_c \sum_{j=1}^{r} R_j^{-1} \bar{z}_j \,, \quad R_c = \left[\sum_{j=1}^{r} R_j^{-1} \right]^{-1} , \tag{24}$$

Уравнение связи случайного вектора комплексированного измерения и случайного вектора состояния определяется функционалом наблюдения:

$$z_c = H_c x \,, \quad H_c = R_c \sum_{j=1}^{r} R_j^{-1} H_j \,. \tag{25}$$

В дальнейшем оценка вектора состояния производится решением задачи фильтрации с вектором наблюдения (24) и функционалом наблюдения (25).

3.3.4. Ковариационное объединение (CU). Метод [16] является модернизацией метода ковариационного пересечения. Важное место отводится понятию статистической согласованности (15) комплексной оценки состояния (16) с объединяемыми данными. Если $_j$ – точность параметра z_j, а R_j – его ковариационная функция, то из (15) следует, что согласованной является оценка (z_j, R_j), такая, что выполнено неравенство

$$R_j - M\left[\nu_j \nu_j^T \right] \geq 0 \,. \tag{26}$$

Комплексная оценка параметра, полученная, например, методом ковариационного пересечения, может оказаться несогласованной. Различия между средними оценок могут быть гораздо больше, чем ожидается на основе соответствующих оценок их ошибок. В частности, такое может быть, если одна из оценок параметра является ложной. Метод ковариационного объединения сохраняет целостность информации. Суть метода заключается в том, что ищется такая оценка (x, Q), что Q удовлетворяет условию минимума по некоторому критерию, например, минимизируется её детерминант, с условием выполнения системы неравенств:

$$Q - R_i - (x - z_i)(x - z_i)^T \geq 0 \quad \forall i = 1 \div r. \tag{27}$$

Некоторые из вычислительных методов решения задачи определения x и минимизации Q описаны в [16, 4]. В работе [16] отмечено, что описываемый метод не совсем подходит для систем реального времени из-за больших вычислительных затрат на решение задачи оптимизации при определении x и Q. В то же время, методы ковариационного пересечения и простой выпуклой комбинации вполне подходят для таких систем, но не гарантируют согласованность оценки.

3.4. Рекурсивные методы. Прежде всего, это методы на основе фильтра Калмана, однако, существуют и другие *байесовские* алгоритмы. Методы на основе фильтра Калмана пользуются большим успехом, а литература, описывающая их свойства и применение, богата и обширна. Даже если нарушаются лежащие в его теоретической основе предположения о гауссовости распределений $\{z^t\}$ и $\{x^t\}$, но шумы w и остаются белыми, решение фильтра дает наилучшую линейную оценку, т.е. остаток сглаживателя Калмана имеет наименьшую дисперсию в классе оценок задач типа (1, 9). Однако в этих условиях оценка Калмана не гарантирует адекватность модели.

3.4.1. Комплексирование на основе линейного фильтра Калмана.

3.4.1.1. Инвариантный алгоритм с фильтрацией Калмана. Фильтр Калмана даёт наилучшее решение оптимизационной задачи (1, 9). Это обстоятельство делает его привлекательным средством для решения различных задач, требующих поиска оптимальных решений. Применяется он и в задачах комплексирования, в частности, для построения наиболее перспективных алгоритмов с точки зрения вычислительной трудоёмкости, что является актуальным для РТК. Наиболее простой случай комплексирования, когда степень переопределённости невелика. С точки зрения инвариантности, наиболее быстрый подход – построение инвариантной схемы вычисления, например, по схеме простой выпуклой комбинации (19 – 23). Суть подхода заключается в том, что в методе простой выпуклой комбинации оптимальный вектор поправок (21) определяется с помощью фильтра Калмана. Исходя из конкретного вида уравнений моделируемой системы определяют функционалы задачи Калмана для поправок вектора состояния Δx, и результат фильтрации определяет оптимальную поправку. Тогда вектор состояния будет определяться выражением (22). Пример реализации приведён в работе [8], в работе [17] такая схема исследовалась для реализации комплексной системы навигации реального времени для БПЛА, а в работе [18] построен и исследован алгоритм быстрой компенсации погрешностей инерциально-спутниковой навигационной системы. Вообще, этот метод очень часто используется при построении комплексных систем навигации.

3.4.1.2. Комбинация векторов состояния Бар-Шалома / Кампо. В реальных условиях отдельные данные от различных датчиков не обязательно являются полностью независимыми. Алгоритм объединения векторов состояния Бар-Шалома / Кампо был разработан с учётом возможной корреляции данных, входящих в вектор наблюдения, для которых проведено предварительное сглаживание фильтрами Калмана. Подразумевается, что шум процесса Q_{ii} одинаков для всех предварительных оценок вектора состояния [13, 19, 20]. Комплексированное значение вектора состояния определяется выражениями:

$$x_c = P_{BC} E^T P^{-1} z\,, \quad E = [I_n \underbrace{\ldots}_{r} I_n]^T, \quad P_{BC} = [E^T P^{-1} E]^{-1}, \quad P = P_{i,j}, \qquad (28)$$

где z – вектор наблюдений, состоящий из блоков-векторов *состояний* z_j предварительно отфильтрованных по Калману оценок вектора состояния x; E – блочно-единичная матрица; P_{BC} – ковариационная матрица из общей информационной матрицы P^{-1}; P – общая ковариационная матрица вектора наблюдения; кросс-ковариации на новом временном слое $P_{i,j}$ между i–м и j–м измерениями рассчитывается через коэффициенты усиления Калмана K_j фильтрации этих результатов измерения и старом значении кросс-ковариации:

$$P_{i,j}^t = \left[I_n - K_i H_i^t\right]\left[F^{t-1} P_{i,j}^{t-1} (F^{t-1})^T + Q_{i,j}^{t-1}\right]\left[I_n - K_j H_j^t\right]^T, \quad x^t = F^{t-1} x^{t-1} + b^t\,. \qquad (29)$$

Таким образом, данный алгоритм не использует напрямую фильтр Калмана, но для его реализации требуются результаты калмановской фильтрации для всех объединяемых данных. В линейных моделях с небольшими размерностями векторов состояния и наблюдения данный метод применим и для реализации в системах с незначительной вычислительной мощностью, но если размерности векторов велики, или моделируемая система не может быть описана линейными уравнениями, то данный алгоритм может оказаться избыточно трудоёмким.

3.4.2. Нелинейные модификации фильтра Калмана. В последнее время всё большее применение находят фильтры для нелинейных систем. Первым таким фильтром, нашедшим массовое применение, стал *расширенный фильтр Калмана*. Принцип его работы основан на линеаризации нелинейных уравнений моделируемой системы. Такая схема опубликована, например, в работе [21]. Однако, в этом алгоритме необходимо уделять внимание его устойчивости, кроме того, необходимость вычисления якобиана делает его громоздким. Поиск новых решений привёл к появлению таких алгоритмов, как *фильтр частиц* [22, 23] и децентрализованный или, как его назвали авторы, *фильтр «без запаха»* [24]. Оба эти фильтра используют байесовкий подход к оценке состояния, т.е. являются рекурсивными, и используют структуру фильтра Калмана. Однако, при определении параметров фильтра вместо решения линейных матричных уравнений используют нелинейное моделирование решений уравнений системы по принципу статистического метода Монте-Карло.

3.4.3. Другие рекурсивные методы.

3.4.3.1. Рекуррентный метод комплексирования. Понятия рекурсивный и рекуррентный являются синонимами, но здесь первый термин использован для именования класса методов, а последний – для именования конкретного метода. Основная идея метода заключается в том, что искомая оценка получается не в результате обработки сразу всего набора измерений, а формируется последовательно от каждого имеющегося наблюдения $_j$. Итоговая оценка вычисляется рекуррентно от некоторой начальной [1]. Суть метода сводится к вычислению среднего арифметического накопленной информации об интересуемой оценке. Тогда алгоритм комплексирования с учётом выражений для информационных параметров (14) может быть выражен формулами:

$$\hat{x}_1 = H_1^{-1}\bar{z}_1 , \quad \hat{y}_j = \frac{1}{j}\left(y_j + (j-1)\,y_{j-1}\right) = \frac{1}{j}\sum_{i=1}^{j} y_j \ \ \forall j = 2 \div r \cdot \tag{30}$$

$$Y_1 = H_1^T R_1^{-1} H_1 , \quad Y_j = \frac{1}{j}\left(H_j^T R_j^{-1} H_j + (j-1)\,y_{j-1}\right) = \frac{1}{j}\sum_{i=1}^{j} H_i^T R_i^{-1} H_i \ \ \forall j = 2 \div r \cdot \tag{31}$$

$$\hat{x} = Y_r^{-1} y_r , \quad Q = Y_r^{-1} . \tag{32}$$

По сути, этот алгоритм является небольшой модификацией простой выпуклой комбинации, просто результат комплексирования вычисляется по рекуррентным формулам в информационном пространстве.

3.4.3.2. Слияние информации. Основные операции этого метода также происходят в информационном пространстве (14). Он разработан на основе информационного фильтра для вектора информационного состояния y с информационной матрицей Y [25]. Основные выражения алгоритма так же основаны на теореме Байеса: вычисления проводятся в два этапа – априорной и апостериорной оценки. Априорная оценка ковариации ошибки оценивания вектора наблюдения и коэффициента распространения определяются:

$$\hat{P}^t = F^{t-1}P^{t-1}(F^{t-1})^T + Q^{t-1} , \quad \hat{L}^t = (\hat{P}^t)^{-1}F^tP^t . \tag{33}$$

Априорная оценка информационных параметров:

$$\hat{Y}^t = \left[F^{t-1}(Y^{t-1})^{-1}(F^{t-1})^T + Q^{t-1}\right]^{-1} ; \qquad \hat{y}^t = \hat{L}^t y^{t-1} . \tag{34}$$

Здесь F – матрица перехода (29). Новое значение информационного состояния и информационной матрицы:

$$y^t = \hat{y}^t + \sum_{j=1}^{r} y_j^t ; \qquad Y^t = \hat{Y}^t + \sum_{j=1}^{r} Y_j^t , \tag{35}$$

где вклады информационных состояний и связанные с ними информационные матрицы:

$$y_j^t = (H_j^t)^T (R_j^t)^{-1} z_j^t ; \qquad Y_j^t = (H_j^t)^T (R_j^t)^{-1} H_j^t . \tag{36}$$

Вектор состояния и ковариационная матрица на новом временном слое определяются выражениями

$$x^t = (Y^t)^{-1} y^t ; \qquad Q = (Y^t)^{-1} . \tag{37}$$

Можно заметить, что если количество объединяемых данных r велико, то алгоритм достаточно трудоёмкий, требующий вычисления большого числа обратных матриц.

Заключение. Анализируя приведённые методы комплексирования данных, можно заметить, что во многих алгоритмах явно или неявно заложен алгоритм слияния данных на основе ковариаций, который, в свою очередь, является модернизацией алгоритма средневзвешенных значений. Это относится, в том числе, и к алгоритму фильтрации Калмана, в котором матрицу весовых коэффициентов можно определить через коэффициент усиления Калмана, а средневзвешенная оценка вектора состояния вычисляется из его априорной оценки и оценки по вектору наблюдения. Таким образом, ключевой идеей в комплексной оценке данных является объединение информации о параметрах вектора состояния в информационном пространстве. Говоря о частностях применения тех или иных алгоритмов, как отмечалось в литературе [5, 13], следует заметить, что серьезной проблемой, связанной с применением фильтра Калмана, является его излишнее или неуместное использование в задачах комплексирования, в которых данные различных датчиков могут быть непоследовательными, зависимыми, коррелированными или с негауссовскими шумами, что нарушает строгое предположение фильтра Калмана. Для решения этих проблем более адекватным является использование алгоритмов слияния на основе ковариаций.

При комплексировании данных в системах навигации РТК актуальной задачей является выявление нерелевантной информации, поступающей от датчиков. Для решения этой проблемы из всех упомянутых выше алгоритмов наибольший интерес представляют методы ковариационного пересечения и объединения. В то же время, как было отмечено, последний весьма ресурсоёмкий и в существующем варианте мало пригоден для систем реального времени. Однако предложенный в нём подход даёт перспективное направление для решения обозначенной проблемы. Так или иначе, для решения этой проблемы требуется модернизация существующих решений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Степанов О.А.* Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. – 3-е изд., испр. и доп. – СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. – 509 с.
2. *Ljung L.* Perspectives on system identification // Annual Reviews in Control. – April, 2010. – Vol. 34, Issue 1. – P. 1-12.
3. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя: пер. с англ. / под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, Физматлит, 1991. – 432 с. – ISBN 5-02-014511-4.
4. *Черноруцкий И.Г.* Методы оптимизации. Компьютерные технологии. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 384 с.
5. *Luo R.C., Chang C.C., Lai C.C.* Multisensor fusion and integration: theories, applications, and its perspectives // IEEE Sensors Journal. – 2011. – Vol. 11, No. 12. – P. 3122-3138.
6. *Дмитриев С.П., Степанов О.А.* Нелинейные алгоритмы комплексной обработки избыточных измерений // Известия академии наук. Теория и системы управления. – 2000. – № 4. – С 52-61.
7. *Aravkin A., Burke J.V., Ljung L., Lozano A., Pillonetto G.* Generalized Kalman smoothing: Modeling and algorithms // Automatica. – 2017. – Vol. 86. – P. 63-86.
8. *Богданов М.Б., Прохорцов А.В., Савельев В.В., Смирнов В.А., Соловьев А.Э.* Обзор методов комплексирования в интегрированных навигационных системах // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2020. – Вып. 5. – С. 118-126.
9. *Дмитриев С.П., Степанов О.А., Кошаев Д.А.* Исследование способов комплексирования данных при построении инерциально-спутниковых систем // Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации: Сб. статей и докладов. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2001. – С 43-59.
10. *Дмитриев С.П., Степанов О.А.* Неинвариантные алгоритмы обработки информации инерциальных навигационных систем // Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации: Сб. статей и докладов. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2001. – С. 67-82.
11. *Salychev O.S.* Applied inertial navigation: problems and solutions. – Moscow, Russia, BMSTU press, 2004. – 302 p.
12. *Julier S., Uhlmann J.* A non-divergent estimation algorithm in the presence of unknown correlations // Proc. Amer. Control Conf. – 1997. – Vol. 4. – P. 2369-2373.

13. *Ng G.W., Yang R.* Comparison of decentralized tracking algorithms // Proc. 6th Int. Conf. Inform. Fusion. – 2003. – Vol. 1. – P. 107-113.
14. *Гэн К., Чулин Н.А.* Интегрированная навигационная система для беспилотных летательных аппаратов с возможностью обнаружения и изоляции неисправностей // Наука и образование. – 2016. – № 12. – С. 182-206. – DOI: 10.7463/1216.0852517.
15. *Gan Q., Harris C.J.* Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter-based multisensor data fusion // IEEE Trans on Aerospace and Electionic Systems. – Jan, 2001. – Vol. 37, No. 1. – P. 273-279.
16. *Bochardt O., Calhoun R., Uhlmann J.K., Julier S.J.* Generalized information representation and compression using covariance union // Proc. 9th Int. Conf. Inform. Fusion. – Jul 2006. – P. 1-7.
17. *Мишин А.Ю., Фролова О.А., Исаев Ю.К., Егоров А.В.* Комплексная навигационная система летательного аппарата // Тр. МАИ. – 2010. – Вып. № 38. – Свободный режим доступа: URL:https://trudymai.ru/published.php?ID=14161.
18. *Фомичев А.В., Тань Л.* Разработка алгоритма быстрой компенсации погрешностей комплексированной инерциально-спутниковой системы навигации малогабаритных беспилотных летательных аппаратов в условиях сложной среды // Наука и образование. – 2015. – № 10. – С. 252-270. – DOI: 10.7463/1015.0821641.
19. *Bar-Shalom Y., Campo L.* The effect of the common process noise on the two-sensor fused track covariance // IEEE Trans on Aerospace and Electionic Systems. – Nov. 1986. – Vol. AES-22. – P. 803-805.
20. *Chen H., Kirubarajan T., Bar-Shalom Y.* Performance limits of track-to track fusion vs. centralized estimation: theory and application // Fusion. – Aug. 2001. – Vol. 1. – P. TuB1-25–33.
21. *Аль Битар Н., Гаврилов А.И.* Интеграция бесплатформенной инерциальной и спутниковой навигационных систем на основе слабосвязанной схемы комплексирования с использованием расширенного фильтра Калмана // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2019. – № 4 (88). – DOI: 10.18698/2308-6033-2019-4-1870.
22. *Gning A., Abdallah F., Bonnifait P.* A new estimation method for multisensor fusion by using interval analysis and particle filtering // Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom. – Apr. 2007. – P. 3844-3849.
23. *Liu Y., Wang B., He W., Zhao J., Ding Z.* Fundamental principles and applications of particle filters // Proc. 6th World Congr. Intell. Control Autom. – Jun. 2006. – P. 5327-5331.
24. *Julier S., Uhlmann J., Durrant-Whyte H.* A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators // IEEE Transactions on automatic control. –2000. – Vol. 45, No. 3. – P. 477-482.
25. *Arthur G.O., Mutambara A.* Information based estimation for both linear and nonlinear systems // Proceedings of the American Control Conference. – Jun. 1999. – P. 1329-1333.

REFERENCES

1. *Stepanov O.A.* Osnovy teorii otsenivaniya s prilozheniyami k zadacham obrabotki navigatsionnoy informatsii. Ch. 1. Vvedenie v teoriyu otsenivaniya [Fundamentals of estimation theory with applications to navigation information processing problems. Part 1. Introduction to assessment theory]. 3rd ed. St. Petersburg: GNTS RF AO «Kontsern «TsNII «Elektropribor», 2017, 509 p.
2. *Ljung L.* Perspectives on system identification, *Annual Reviews in Control,* April, 2010, Vol. 34, Issue 1, pp. 1-12.
3. *L'yung L.* Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya [System identification. Theory for the user]: trans. from engl., ed. by Ya.Z. Tsypkina. Moscow: Nauka, Fizmatlit, 1991, 432 p. ISBN 5-02-014511-4.
4. *Chernorutskiy I.G.* Metody optimizatsii. Komp'yuternye tekhnologii [Optimization methods. Computer technologies]. St. Petersburg: BKhV-Peterburg, 2011, 384 p.
5. *Luo R.C., Chang C.C., Lai C.C.* Multisensor fusion and integration: theories, applications, and its perspectives, *IEEE Sensors Journal,* 2011, Vol. 11, No. 12, pp. 3122-3138.
6. *Dmitriev S.P., Stepanov O.A.* Nelineynye algoritmy kompleksnoy obrabotki izbytochnykh izmereniy [Nonlinear algorithms for complex processing of redundant measurements], *Izvestiya akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya* [Proceedings of the Academy of Sciences. Theory and control systems], 2000, No. 4, pp. 52-61.
7. *Aravkin A., Burke J.V., Ljung L., Lozano A., Pillonetto G.* Generalized Kalman smoothing: Modeling and algorithms, *Automatica,* 2017, Vol. 86, pp. 63-86.
8. *Bogdanov M.B., Prokhortsov A.V., Savel'ev V.V., Smirnov V.A., Solov'ev A.E.* Obzor metodov kompleksirovaniya v integrirovannykh navigatsionnykh sistemakh [Review of integration methods in integrated navigation systems], *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [News of Tula State University. Technical science], 2020, Issue 5, pp. 118-126.

9. *Dmitriev S.P., Stepanov O.A., Koshaev D.A.* Issledovanie sposobov kompleksirovaniya dannykh pri postroenii inertsial'no-sputnikovykh sistem [Study of methods for integrating data when constructing inertial-satellite systems], *Integrirovannye inertsial'no-sputnikovye sistemy navigatsii: Sb. statey i dokladov* [Integrated inertial-satellite navigation systems: Collection of articles and reports]. St. Petersburg: GNTS RF TSNII «Elektropribor», 2001, pp 43-59.
10. *Dmitriev S.P., Stepanov O.A.* Neinvariantnye algoritmy obrabotki informatsii inertsial'nykh navigatsionnykh sistem [Non-invariant algorithms for processing information of inertial navigation systems], *Integrirovannye inertsial'no-sputnikovye sistemy navigatsii: Sb. statey i dokladov* [Integrated inertial-satellite navigation systems: Collection of articles and reports]. St. Petersburg: GNTS RF TSNII «Elektropribor», 2001, pp. 67-82.
11. *Salychev O.S.* Applied inertial navigation: problems and solutions. Moscow, Russia, BMSTU press, 2004, 302 p.
12. *Julier S., Uhlmann J.* A non-divergent estimation algorithm in the presence of unknown correlations, *Proc. Amer. Control Conf.*, 1997, Vol. 4, pp. 2369-2373.
13. *Ng G.W., Yang R.* Comparison of decentralized tracking algorithms, *Proc. 6th Int. Conf. Inform. Fusion,* 2003, Vol. 1, pp. 107-113.
14. *Gen K., Chulin N.A.* Integrirovannaya navigatsionnaya sistema dlya bespilotnykh letatel'nykh apparatov s vozmozhnost'yu obnaruzheniya i izolyatsii neispravnostey [Integrated navigation system for unmanned aerial vehicles with the ability to detect and isolate faults], *Nauka i obrazovanie* [Science and Education], 2016, No. 12, pp. 182-206. DOI: 10.7463/1216.0852517.
15. *Gan Q., Harris C.J.* Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter-based multisensor data fusion, *IEEE Trans on Aerospace and Electionic Systems,* Jan, 2001, Vol. 37, No. 1, pp. 273-279.
16. *Bochardt O., Calhoun R., Uhlmann J.K., Julier S.J.* Generalized information representation and compression using covariance union, *Proc. 9th Int. Conf. Inform. Fusion*, Jul 2006, pp. 1-7.
17. *Mishin A.Yu., Frolova O.A., Isaev Yu.K., Egorov A.V.* Kompleksnaya navigatsionnaya sistema letatel'nogo apparata [Integrated navigation system of an aircraft], *Tr. MAI* [Proceedings of MAI], 2010, Issue No. 38. Available at: https://trudymai.ru/published.php?ID=14161.
18. *Fomichev A.V., Tan' L.* Razrabotka algoritma bystroy kompensatsii pogreshnostey kompleksirovannoy inertsial'no-sputnikovoy sistemy navigatsii malogabaritnykh bespilotnykh letatel'nykh apparatov v usloviyakh slozhnoy sredy [Development of an algorithm for fast error compensation of an integrated inertial-satellite navigation system for small unmanned aerial vehicles in a complex environment], *Nauka i obrazovanie* [Science and Education], 2015, No. 10, pp. 252-270. DOI: 10.7463/1015.0821641.
19. *Bar-Shalom Y., Campo L.* The effect of the common process noise on the two-sensor fused track covariance, *IEEE Trans on Aerospace and Electionic Systems,* Nov. 1986. Vol. AES-22. pp. 803-805.
20. *Chen H., Kirubarajan T., Bar-Shalom Y.* Performance limits of track-to track fusion vs. centralized estimation: theory and application, *Fusion,* Aug. 2001, Vol. 1, pp. TuB1-25–33.
21. *Al' Bitar N., Gavrilov A.I.* Integratsiya besplatformennoy inertsial'noy i sputnikovoy navigatsionnykh sistem na osnove slabosvyazannoy skhemy kompleksirovaniya s ispol'zovaniem rasshirennogo fil'tra Kalmana [Integration of strapdown inertial and satellite navigation systems based on a loosely coupled integration scheme using an extended Kalman filter], *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2019, No. 4 (88). DOI: 10.18698/2308-6033-2019-4-1870.
22. *Gning A., Abdallah F., Bonnifait P.* A new estimation method for multisensor fusion by using interval analysis and particle filtering, *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, Apr. 2007, pp. 3844-3849.
23. *Liu Y., Wang B., He W., Zhao J., Ding Z.* Fundamental principles and applications of particle filters, *Proc. 6th World Congr. Intell. Control Autom.*, Jun. 2006, pp. 5327-5331.
24. *Julier S., Uhlmann J., Durrant-Whyte H.* A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators, *IEEE Transactions on automatic control,* 2000, Vol. 45, No. 3, pp. 477-482.
25. *Arthur G.O., Mutambara A.* Information based estimation for both linear and nonlinear systems, *Proceedings of the American Control Conference,* Jun. 1999, pp. 1329-1333.

Статью рекомендовал к опубликованию к.т.н. А.В. Гаврилов.

Зыков Александр Павлович – АО «Государственный научно-исследовательский институт приборостроения»; e-mail: zvukof@rambler.ru; г. Москва, Россия; тел.: +74959815630, доб. 1609; аспирант; ведущий инженер-математик.

Миронов Павел Никитич – Московский авиационный институт; e-mail: apr@gosniip.ru; г. Москва, Россия; тел.: +74959815630, доб.1851; к.т.н.; доцент.

Zykov Aleksandr Pavlovich – JSC «GosNIIP»; e-mail: zvukof@rambler.ru; Moscow, Russia; +74959815630, add 1609; graduate student; leading mathematical engineer.

Mironov Pavel Nikitich – Moscow Aviation Institute; e-mail: apr@gosniip.ru; Moscow, Russia; phone: +74959815630, add 1851; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 004.896 DOI 10.18522/2311-3103-2024-1-155-167

Д.В. Котов, О.Б. Лебедев

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕДВИЖЕНИЕМ ГРУППЫ БПЛА С СОБЛЮДЕНИЕМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ СТРОЯ НА ОСНОВЕ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ КОЛЛЕКТИВНОЙ АДАПТАЦИИ

Основным способом решения задач планирования и управления движением является использование интеллектуальных технологий. При этом интеллектуальные технологии применяются для решения задач постановки и корректировки целей управления и программы действий по реализации этих целей, а также для формирования алгоритма управления в условиях неопределенности, обусловленной различными факторами, в исполнительных элементах, подсистеме управления движением, подсистеме планирования и поведения. Данная работа посвящена актуальной проблеме математического моделирования и теории управления: задаче децентрализованного управления мультиагентной системой, состоящей из агентов, моделирующих поведение автономных роботов, с целью обеспечения движения группы роботов, развернутых в линию и в строю типа «конвой». В работе рассматриваются результаты исследований в сфере управления группой беспилотных летательных аппаратов, определены типы задач, которые могут выполняться группой воздушных роботов, выделены основные стратегии управления и их особенности. Сформированы общие позиции, необходимые для разработки детализированного алгоритма группового управления. Каждый робот должен ориентироваться в пространстве автономно без GPS по сигналам с собственной камеры или лидара (активного дальномера) определять помехи, выстраивать оптимальные пути движения и принимать решения, направленные на достижения цели и выполнения задачи. Управление осуществляется с помощью алгоритма альтернативной коллективной адаптации, основанного на идеях коллективного поведения объектов адаптации. Для реализации механизма адаптации параметрам вектора сопоставляются автоматы адаптации, моделирующие поведение объектов адаптации в среде. Разработана структура процесса альтернативной коллективной адаптации, под управлением которой осуществляется передвижение группы роботов в строю.

Рой роботов; система управления; беспилотные летательные аппараты; геометрическая структура строя; конечный автомат; децентрализованное взаимодействие; коллективная альтернативная адаптация; мультиагентная система.

D.V. Kotov, O.B. Lebedev

CONTROLLING THE MOVEMENT OF A GROUP OF UAVS IN COMPLIANCE WITH THE GEOMETRIC STRUCTURE OF THE FORMATION BASED ON ALTERNATIVE COLLECTIVE ADAPTATION

The main way to solve problems of planning and traffic control is the use of intelligent technologies. At the same time, intelligent technologies are used to solve the problems of setting and adjusting control goals and action programs to implement these goals, as well as to form a control algorithm under conditions of uncertainty caused by various factors in actuators, the motion control subsystem, and the planning and behavior subsystem. This work is devoted to the actual problem of mathematical modeling and control theory: the problem of decentralized control of a multi-agent system consisting of agents modeling the behavior of autonomous robots in order to ensure the