

17. *Labyntsev A.V., Poveshenko L.I., Kharlanov D.V.* Two-Stage Design of Microstrip Filters from Arbitrary Configuration Resonators, *2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW)*, 2019, pp. 172-175. Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8792770>. DOI: 10.1109/RSEMW.2019.8792770.
18. *Mattey D.L., Yang L., Dzhons E.M.T.* Fil'try SVCh, soglasuyushchie tsepi i tsepi svyazi [Microwave filters, impedance-matching networks, and coupling structures]: transl. from engl., ed. by L.V. Alekseeva i F.V. Kushnira. Moscow: Svyaz', 1971, 440 p.
19. *Agafonov V.M.* Polinomial'nye fil'try SVCh [Polynomial microwave filters], *Radiotekhnika i elektronika* [Radio Engineering and Electronics], 1970, Vol. 15, No. 10, pp. 2191-2193.
20. *Bankov S.E., Kurushin A.A.* Raschet antenn i SVCh struktur s pomoshch'yu HFSS Ansoft [Calculation of antennas and microwave structures using HFSS Ansoft]. Moscow: ZAO «NPP „Rodnik“», 2009, 256 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.И. Турулин.

**Лабынцев Алексей Викторович** – Южный федеральный университет; e-mail: [labyntsev@yandex.ru](mailto:labyntsev@yandex.ru); г. Таганрог, Россия; тел.: 89085142003; кафедра теоретических основ радиотехники; к.т.н.; с.н.с.; доцент.

**Пономарёв Николай Евгеньевич** – e-mail: [nikolain777@yandex.ru](mailto:nikolain777@yandex.ru); г. Краснодар, Россия; тел.: 89094452610; кафедра антенн и радиопередающих устройств; соискатель.

**Харланов Дмитрий Валентинович** – e-mail: [mitya999@mail.ru](mailto:mitya999@mail.ru); г. Краснодар, Россия; тел.: 89620130677; кафедра антенн и радиопередающих устройств; соискатель.

**Саржанов Александр Николаевич** – Краснодарское Высшее военное училище; e-mail: [sarjanov.a.n@gmail.com](mailto:sarjanov.a.n@gmail.com); г. Краснодар, Россия; тел. 89885593888; сотрудник КВВУ.

**Labyntsev Alexey Viktorovich** – Southern Federal University; e-mail: [labyntsev@yandex.ru](mailto:labyntsev@yandex.ru); Taganrog, Russia; phone: +79085142003; the department of theoretical foundations of radio engineering; cand. of eng. sc.; senior researcher; associate professor.

**Ponomarev Nikolay Evgenyevich** – e-mail: [nikolain777@yandex.ru](mailto:nikolain777@yandex.ru); Krasnodar, Russia; phone: +79094452610; the department of antennas and radio transmitting devices; the applicant.

**Kharlanov Dmitry Valentinovich** – e-mail: [mitya999@mail.ru](mailto:mitya999@mail.ru); Krasnodar, Russia; phone: +79620130677; the department of antennas and radio transmitting devices; the applicant.

**Sarjanov Alexander Nikolaevich** – Krasnodar Higher Military School; e-mail: [sarjanov.a.n@gmail.com](mailto:sarjanov.a.n@gmail.com); Krasnodar, Russia; phone: +79885593888; KVVU employee.

УДК 621.38

DOI 10.18522/2311-3103-2024-2-164-175

**Л.К. Самойлов, Д.Ю. Денисенко, А.Е. Титов**

### **МАКСИМАЛЬНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ ФИЛЬТРОВ ЛЕЖАНДРА В СИСТЕМАХ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ\***

*В системах управления и контроля чаще всего используются фильтры нижних частот и полосовые фильтры. Для ограничения спектра сигналов от датчиков широко применяются аналоговые, дискретно-аналоговые и цифровые фильтры, амплитудно-частотные характеристики которых аппроксимируются различными математическими функциями, в т.ч. полиномами Лежандра. Применение фильтров Лежандра в контуре системы автоматического управления приводит к изменению ее динамических характеристик. Характер этого влияния зависит от порядка передаточной функции фильтра, а также от вида аппроксимации, которые выбираются при проектировании системы управления и контроля. Задержка информации в таких фильтрах является причиной появления динамической составляющей их погрешности, влияющей на общую погрешность системы управления и контроля, что снижает допустимую скорость её работы. В статье дается аналитическая оценка зависимости величины динамической погрешности для фильтров Ле-*

\* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-79-10023, <https://rscf.ru/project/23-79-10023/>).

жандра нижних частот и полосовых. Это позволяет оперативно решать прямую и обратную задачи распределения погрешностей системы управления и контроля и обосновать скорость её работы. В статье проводится анализ схем полосового фильтра Лежандра первого, второго и третьего порядков, а далее, полученные результаты обобщаются на полосовой фильтр Лежандра произвольного порядка. Показано, что для фильтров нижних частот величины максимальных динамических погрешностей могут быть получены с высокой точностью. Для полосовых фильтров Лежандра погрешности аппроксимации математической зависимости максимальных динамических погрешностей от параметров фильтров определяются единицами процентов, но в некоторых случаях могут достигать 20%.

*Динамическая погрешность; фильтр нижних частот; полосовой фильтр; фильтр Лежандра; система контроля и управления.*

L.K. Samoilov, D.Yu. Denisenko, A.E. Titov

### MAXIMUM DYNAMIC ERRORS OF LEGENDRE FILTERS IN CONTROL AND CONTROL SYSTEMS

*In control and monitoring systems, low-pass filters and band-pass filters are most often used. To limit the spectrum of signals from sensors, analog, discrete-analog and digital filters are widely used, the amplitude-frequency characteristics of which are approximated by various mathematical functions, incl. Legendre polynomials. The use of Legendre filters in the circuit of an automatic control system leads to a change in its dynamic characteristics. The nature of this influence depends on the order of the filter transfer function, as well as on the type of approximation that are chosen when designing the control and monitoring system. The information delay in such filters causes the appearance of a dynamic component of their error, which affects the overall error of the control and monitoring system, which reduces the permissible speed of its operation. The article provides an analytical assessment of the dependence of the magnitude of the dynamic error for low-pass and bandpass Legendre filters. This allows you to quickly solve the direct and inverse problems of error distribution of the control and monitoring system and justify the speed of its operation. The article analyzes the Legendre bandpass filter circuits of the first, second and third orders, and then the results obtained are generalized to the Legendre bandpass filter of an arbitrary order. It is shown that for low-pass filters the values of maximum dynamic errors can be obtained with high accuracy. For Legendre bandpass filters, the errors in approximation of the mathematical dependence of the maximum dynamic errors on the filter parameters are determined in units of percent, but in some cases they can reach 20%.*

*Dynamic error; low-pass filter; bandpass filter; Legendre filter; control and monitoring system.*

**Введение.** Рассматриваемые фильтры были синтезированы А. Папулисом [1–6]. Имя фильтрам дали полиномы Лежандра  $L_n(x)$ , которые использовались при синтезе фильтров [7–9].

Полином Лежандра является результатом решения уравнения:

$$\frac{d}{dx} \left[ (1 - x^2) \frac{dL_n(x)}{dx} \right] + n(n + 1)L_n(x) = 0. \quad (1)$$

Для фильтров Лежандра нижних частот (ЛФН) порядка  $n$  квадрат амплитудно-частотной характеристики  $M_n(\omega)$  выражается через полиномы Лежандра  $L_n(\omega^2)$  как:

$$M_n^2(\omega) = \frac{1}{1 + L_n(\omega^2)}. \quad (2)$$

Фильтры Лежандра нижних частот имеют наибольшую крутизну спада амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) среди всех типов фильтров в так называемой узкой полосе пропускания (рис. 1,а), что позволяет достигать более эффективного разделения частот, чем с помощью других линейных фильтров [1].

На рис. 1 приведены для сравнения АЧХ трех фильтров нижних частот: Баттерворта (В); Лежандра (Л) и Чебышева (Т).

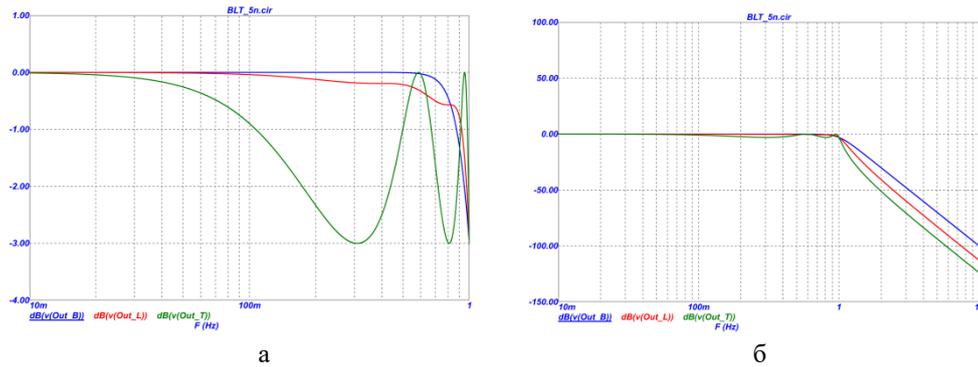


Рис. 1. Амплитудно-частотные характеристики фильтров Баттерворта (Out B), Лежандра (Out L) и Чебышева (Out T). а – в узкой полосе пропускания, б – в широкой полосе

Введем обозначения величин, используемых в формулах и выводах. На рис. 2 приведены АЧХ рассматриваемых фильтров Лежандра (ЛФ).

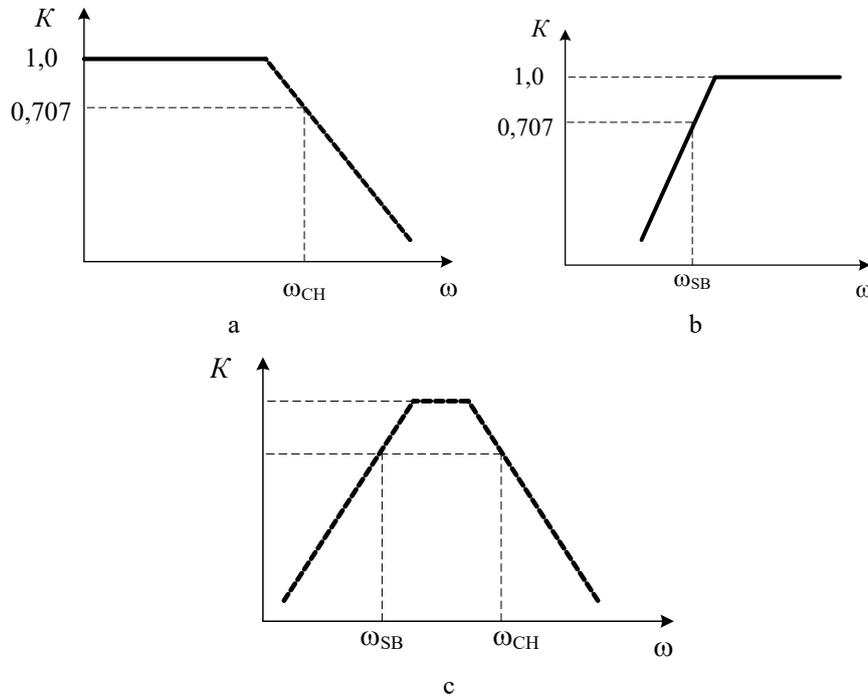


Рис. 2. АЧХ рассматриваемых ЛФ: а – нижних частот (ЛФН); б – верхних частот (ЛФВ); с – полосы частот (ЛФП)

АЧХ рассматриваемых фильтров (рис. 3) характеризуются частотами среза АЧХ на уровне 0,707: ЛФН имеет частоту среза  $\omega_{SH}$ ; ЛФВ имеет частоту среза  $\omega_{SB}$ , а ЛФП имеет две частоты среза –  $\omega_{SH}$  и  $\omega_{SB}$  [10–15].

Максимальная динамическая погрешность ЛФН n-го порядка ( $\gamma_n^{HЧ}(\max)$ ) определяется круговой частотой среза АЧХ фильтра на уровне 0,707 ( $\omega_{SH}$ ) и временем задержки ( $t_n^{HЧ}$ ) информации в ЛФН [12, 16]:

$$\gamma_n^{HЧ}(\max) = \omega_{SH} \cdot t_n^{HЧ}. \tag{3}$$

Фактически для вычисления  $\gamma_n^{\text{НЧ}}(\text{max})$  необходимо получение аналитической зависимости  $t_n^{\text{НЧ}}$  как функции  $n$  и  $\omega_{\text{SH}}$ .

Полосовые фильтры являются устройством, получаемым путем последовательного соединения ЛФН и фильтра верхних частот (ЛФВ) [12].

Фильтры ЛФН, ЛФВ и ЛПФ  $n$ -го порядка получаются путем последовательного соединения фильтров первого и второго порядков.

Можно с большой долей уверенности утверждать, что зависимости для динамических погрешностей ЛФ будут иметь тот же характер, что и для других типов фильтров, например фильтров Чебышева.

Как показано в работе [13], динамическая погрешность ПФ Чебышева  $n$ -го порядка ( $\gamma_n^{\text{ПФЧ}}$ ) для сигнала с круговой частотой  $\omega_s$  будет (при  $\omega_{\text{SB}} \leq \omega_s \leq \omega_{\text{SH}}$ ) определяется выражением:

$$\gamma_n^{\text{ПФЧ}}(\omega_s) = \frac{\omega_s}{\omega_{\text{SH}}} \cdot \gamma_n^{\text{НЧ}}(\text{при } \frac{\omega_s}{\omega_{\text{SH}}} = 1) \cdot \left( e^{-\frac{\omega_{\text{SB}}}{\omega_{\text{SH}}}} \right) \cdot 100\%. \quad (4)$$

Максимальная величина этой погрешности будет при  $\omega_s = \omega_{\text{SH}}$  :

$$\gamma_n^{\text{ПФЧ}}(\text{max}) = \gamma_n^{\text{НЧ}}(\text{при } \frac{\omega_s}{\omega_{\text{SH}}} = 1) \cdot \left( e^{-\frac{\omega_{\text{SB}}}{\omega_{\text{SH}}}} \right) \cdot 100\%. \quad (5)$$

Как показано в работах [12], [13] для повышения точности аппроксимации отрицательная экспонента должна быть скорректирована:

$$\gamma_n^{\text{ПФЧ}}(\text{max}) = \gamma_n^{\text{НЧ}}(\text{при } \frac{\omega_s}{\omega_{\text{SH}}} = 1) \cdot \left( e^{-\frac{\omega_{\text{SB}}}{\omega_{\text{SH}}}} - 0,2 \sin \pi \cdot \frac{\omega_{\text{SB}}}{\omega_{\text{SH}}} \right) \cdot 100\%. \quad (6)$$

В формулах (2) и (3)  $\gamma_n^{\text{НЧ}}$  – динамическая погрешность ФНЧ, входящего в состав ПФ.

**Основная цель настоящей работы.** Можно с большой долей уверенности утверждать, что зависимости для ЛФ, аналогичные (5), (6), будут иметь идентичный вид, но в деталях будут отличаться. Конечно, предположение об идентичности требует проверки.

Получение конкретных значений динамических погрешностей для ЛФН и ЛФП в диапазоне  $n = 1 \div 10$  позволит принимать первоначальные оперативные решения по проектированию СУ.

**1. Методика получения аналитических зависимостей для величин динамических погрешностей ЛФ.** Времена задержки сигналов в рассматриваемых ЛФ получают с использованием программы Nuhertz Filter Solutions. Для получения аналитических выражений времен задержки и динамических погрешностей используется программа Mathcad 14.

Фильтры Лежандра высоких порядков получаются путем соединения нужного числа ЛФ первого и второго порядков [17-20].

Ниже приводятся принципиальные схемы:

- ◆ ЛФН первого порядка (ЛФН1) (рис. 3,а);
- ◆ ЛФВ первого порядка (ЛФВ1) (рис. 3,б);
- ◆ ЛФН второго порядка (ЛФН2) (рис. 4) (выход фильтра LPF);
- ◆ ЛФВ второго порядка (ЛФВ2) (рис. 4) (выход фильтра HPF).

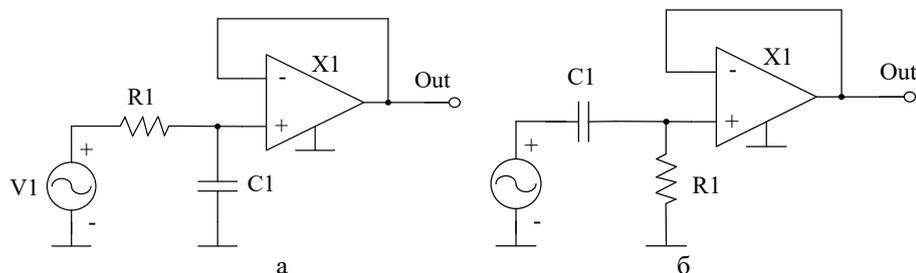


Рис. 3. Принципиальные схемы ЛФН1 (рис. 3,а) и ЛФВ1(рис. 3,б)

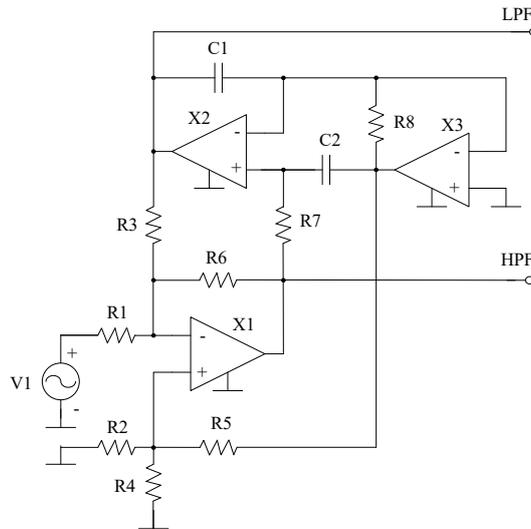


Рис. 4. Принципиальная схема ЛФ 2-го порядка, реализующая на выходе LPF фильтр ЛФН, а на выходе HPF фильтр ЛФВ

Полосовой фильтра в структуре системы управления и контроля состоит из последовательно соединенных ЛФН и ЛФВ (рис. 5).

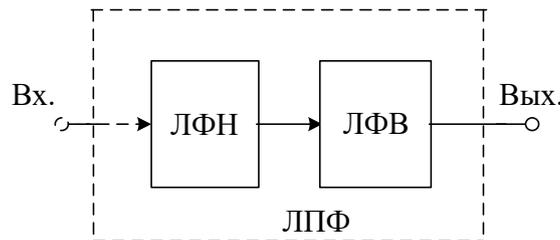


Рис. 5. Типовая структурная схема ЛПФ

Порядки ЛФН и ЛФВ, входящих в ЛПФ, могут быть различными, но в данной работе рассматривается классический вариант, когда порядки фильтров равны.

В соответствии с (3), максимальная динамическая погрешность ЛФН  $\gamma_n^{HЧ}(\max)$  определяется круговой частотой среза АЧХ фильтра ( $\omega_{SH}$ ) и временем задержки ( $t_{пф}$ ) информации в ЛФН.

Анализируя структурную схему ЛПФ (рис. 6), можно утверждать, что величина максимальной погрешности ЛПФ ( $\gamma_n^{HЧ}(\max)$ ) будет при условии

$$\omega_{SH} \geq \omega_{BH}, \tag{7}$$

и будет равна или близка к величине  $\gamma_n^{HЧ}(\max)$  ЛФН, входящего в ЛПФ.

В настоящей статье проводится анализ схем ЛПФ первого, второго и третьего порядков, а далее, полученные результаты обобщаются на ЛПФ произвольного порядка.

Для ЛПФ каждого порядка с использованием программы Nuhertz Filter Solutions получаются временные диаграммы переходных процессов при подаче ступеньки напряжения на вход ЛПФ. Для ЛПФ каждого порядка будет 5 временных диаграмм, которые получены с разными отношениями частот  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$ :

$$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0; \quad \frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,25; \quad \frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,5; \quad \frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,75; \quad \frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 1,0. \tag{8}$$

Для определения  $t_{пф}$  на вход ЭПФ подавался перепад напряжения и фиксировалось время задержка на уровне 0,5 от максимального значения для данной временной диаграммы.

Для моделирования процессов в ПФ выбраны фильтры с круговой частотой  $\omega_{SH} = 2\pi \cdot 50\text{Гц}$ .

**2. Аналитические зависимости максимальных динамических погрешностей ЛФН ( $\gamma_n^{HЧ}(\text{max})$ ) от порядка фильтра.** В соответствии с [10]

$$\gamma_n^{HЧ}(\text{max}) = \omega_{SH} \cdot t_n^{HЧ}. \quad (9)$$

В табл. 1 приведены времена задержки ЛФН ( $t_n^{HЧ}$ ) до 10 порядка при  $\omega_{SH} = 2\pi \cdot 50,0$  Гц, полученные с использованием программы Nuhertz Filter Solutions.

Таблица 1

**Расчетные значения времени задержки сигнала в зависимости от порядка ЛФН**

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_n^{HЧ}$ мС	2.203	4.576	7.712	10.42	13.56	16.44	19.66	22.54	25.68	28.73

На рис. 6 приведен график зависимости  $t_n^{HЧ}$  от n.

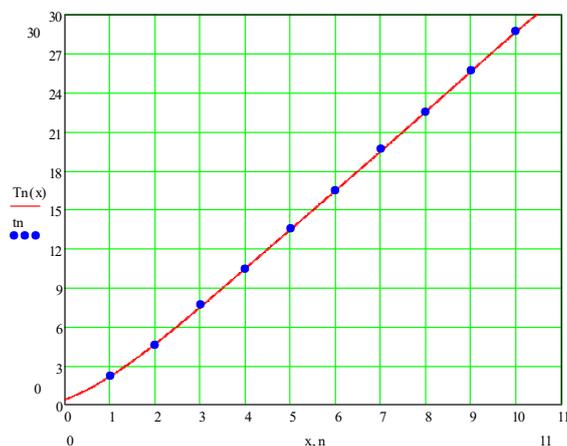


Рис. 6. График зависимости  $t_n^{HЧ}$  от n для ЛФН

На графике: n – порядок ЛФН, Vn – порядок из таблицы (n), синий график  $t_n^{HЧ}(n)$  – график по табл. 1, красный график  $t_n^{HЧ}(n)$  – по аналитическому выражению.

Аналитическое выражение для аппроксимированной зависимости  $t_n^{HЧ} = F(n)$  для фильтра с  $\omega_{SH} = 2\pi \cdot 50,0$  Гц, полученное с помощью программы Mathcad 14, будет иметь вид:

$$t_n^{HЧ}(n) = 0,395 + 1,265n + 0,625n^2 - 0,11n^3 + 0,009281n^4 - 0,000301n^5. \quad (10)$$

**3. Аналитические зависимости максимальных динамических погрешностей ЛПФ ( $\gamma_n^{ПЧ}$ ) от порядка фильтра.**

**3а. Динамические погрешности ЛПФ первого порядка (ЛПФ1).** В соответствии с принятым алгоритмом с помощью программы Nuhertz Filter Solutions были получены временные диаграммы переходных процессов в ЛПФ-1 для пяти значений  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$  (рис. 7):

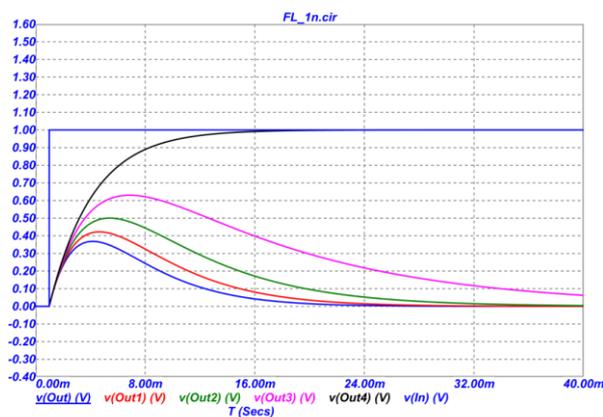


Рис. 7. Временные диаграммы переходных процессов ЛПФ-1

На рис. 7, а также на рис. 8, 9 временные диаграммы соответствуют следующим отношениям  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$ :

- ◆  $v(\text{Out})$  (V) соответствует варианту  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 1,0$ ;
- ◆  $v(\text{Out1})$  (V) соответствует варианту  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,75$ ;
- ◆  $v(\text{Out2})$  (V) соответствует варианту  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,5$ ;
- ◆  $v(\text{Out3})$  (V) соответствует варианту  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,25$ ;
- ◆  $v(\text{Out4})$  (V) соответствует варианту  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,00$ .

Информация, полученная из временных диаграмм (рис. 7) и в результате расчетов для ЛПФ-1 сведена в Таблице 2.

Таблица 2

Графическая и расчетная информация для ЛПФ-1

$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$	$0,5 U_{\text{ВЫХ}}^{\text{max}}$	Задержка на уровне $0,5 U_{\text{ВЫХ}}^{\text{max}}$ . $t_{\text{зад}}(1)$ (mC)	Относ. задер. $\frac{t_{\text{зад}}(1)}{t_0(1)}$	$e^{-\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}}$	$e^{-\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}} - 0,2 \sin \pi \cdot \frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$	Погреш. аппрок. в % с sin
0	0,5	2,202	1,0	1,00	1,00	0
0,25	0,315	1,387	0,629	0,780	0,704	11,9
0,5	0,250	1,000	0,454	0,607	0,407	10,1
0,75	0,211	0,833	0,378	0,473	0,397	4,5
1,0	0,184	0,744	0,337	0,369	0,369	8,9

**3б. Динамические погрешности ЛПФ второго порядка (ЛПФ-2).** Полученные с помощью программы Nuhertz Filter Solutions временные диаграммы переходных процессов для 5-ти ЛПФ-2 приведены на рис. 8.

Информация, полученная из временных диаграмм (рис. 8) и в результате расчетов для ЛПФ2 сведена в табл. 3.

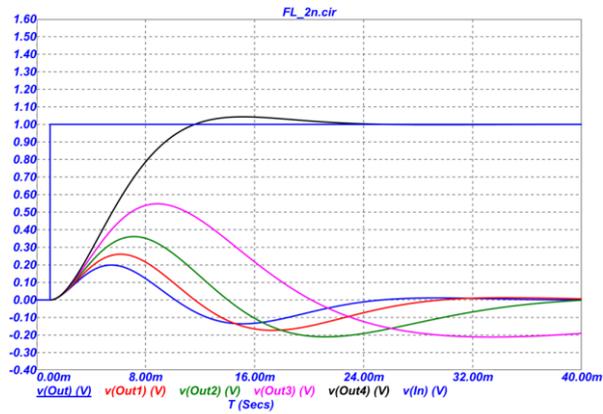


Рис. 8. Временные диаграммы переходных процессов в ЛПФ2 для пяти значений  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$  (0; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0)

Таблица 3

Графическая и расчетная информация для ЛПФ2

$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$	$0,5 U_{\text{ВЫХ}}^{\text{max}}$	Задер. на уровне $0,5 U_{\text{ВЫХ}}^{\text{max}}$ . $t_{\text{зад}}(1)$ (мс)	Относ. задер. $\frac{t_{\text{зад}}(1)}{t_0(1)}$	$e^{-\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}}$	$e^{-\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}} - 0.2 \sin \pi \cdot \frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$	Погреш. аппрок. в %.
0	0,521	4.721	1,0	1,00	1,00	0
0,25	0.274	3.257	0,689	0,780	0,704	2,8
0,5	0.180	2.007	0,440	0,607	0,407	7,5
0,75	0.130	2.220	0,470	0,473	0,397	14,4
1,0	0,995	1.926	0,407	0,369	0,369	8,8

3в. **Динамические погрешности ЛПФ третьего порядка (ЛПФ3).** Полученные с помощью программы Nuhertz Filter Solutions временные диаграммы переходных процессов для 5-ти ЛПФ3 приведены на рис. 9.

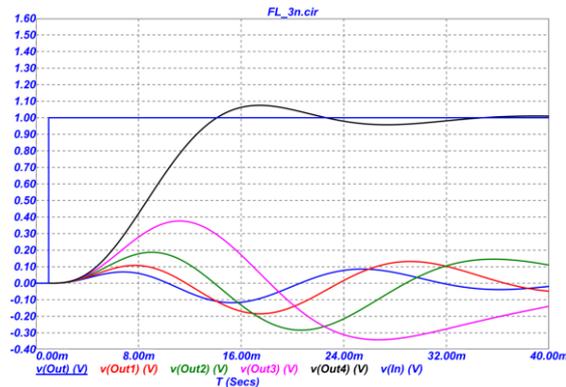


Рис. 9. Временные диаграммы переходных процессов в ЛПФ3 для пяти значений  $\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$  (0; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0)

Информация, полученная из временных диаграмм (рис. 9) и в результате расчетов для ЭПФ-3 сведена в табл. 4.

Таблица 4

## Графическая и расчетная информация для ЛПФ-3

$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}$	$0,5 U_{ВЫХ}^{max}$	Задер. на уровне $0,5 U_{ВЫХ}^{max}$ . $t_{зад}(1)$ (мс)	Относ. задер. $\frac{t_{зад}(1)}{t_0(1)}$	$e^{-\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}}$	$e^{-\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}}}$ $-0.2 \sin$	Погреш. аппрок. в %.
0	0,537	7.980	1,0	1,00	1,00	0
0,25	0.188	5.506	0,690	0,780	0,704	2,0
0,5	0.093	4.050	0,508	0,607	0,407	19,6
0,75	0.054	3.691	0,462	0,473	0,397	14,0
1,0	0,034	3.168	0,397	0,369	0,369	7,0

Полученные результаты для ЛФН 1, 2 и 3 порядков, а также для ЛПФ 1, 2 и 3 порядков позволяют сделать вывод о том, что для произвольного  $n$  величины времен задержек, которые определяют динамические погрешности полосовых фильтров на качественном уровне, могут быть оценены функцией отрицательной экспоненты с поправочным коэффициентом. Начальные значения экспонент определяются временами задержки ЛФН, которые входят в ЛПФ.

В табл. 5 приведены времена задержки информации для обоих типов фильтров при  $\omega_{SH} = 2\pi \cdot 50,0$  Гц.

Для ЛФН приведены результаты расчетов  $t_n^{HЧ}$  для фильтров с 1-го по 10 порядок.

Для ЛПФ с порядком 1,2, и 3 приведены результаты, полученные в данной работе с последующей аппроксимацией. Для ЛПФ с порядком 4÷10 приведены аппроксимированные значения в соответствии с формулой (6).

Таблица 5

## Результаты расчета времен задержки для ЛФН и ЛПФ с 1-го по 10 порядок

Порядок $n$ ФНЧ, ПФ	$t_n^{HЧ}$	$t_n^{ПФ}(n; \frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}})$				
		$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0$	$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,25$	$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,5$	$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 0,75$	$\frac{\omega_{SB}}{\omega_{SH}} = 1$
1	2,203	2,203	1,387	1,000	0,833	0,744
2	4.576	4.721	3.257	2.007	2.220	1.926
3	7.712	7.980	5.506	4.050	3.691	3.168
4	10.42	10.42	7.335	4.240	4.136	3.844
5	13.56	13.56	9.546	5.518	5.383	5.003
6	16.44	16.44	11.573	6.691	6.526	6.066
7	19.66	19.66	13.840	8.001	7.805	7.254
8	22.54	22.54	15.868	9.173	8.948	8.317
9	25.68	25.68	18.078	10.451	10.194	9.457
10	28.73	28.73	20.225	11.693	11.405	10.601

**Заключение.** В результате проведенного исследования можно сделать заключение, что значения максимальных динамических погрешностей фильтров Лежандра нижних частот и полосовых на качественном уровне подчиняются тем же зависимостям, что и для фильтров Баттерворта, Чебышева, Бесселя. Для фильтров Лежандра нижних частот величины максимальных динамических погрешностей могут быть рассчитаны с высокой точностью. Для полосовых фильтров Лежандра погрешности предложенной аппроксимации могут достигать 20%, что является приемлемым при качественном анализе характеристик проектируемых систем контроля и управления. Уточнение результатов может быть сделано расчетом конкретного варианта полосового фильтра Лежандра.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Улахович Д.А. Основы теории линейных электрических цепей. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009. – 816 с.
2. Нестеров С.В. Синтез линейных электрических цепей. – Волгоград, Изд-во ВолГУ, 2013. – 84 с.
3. Andrei H., Andrei P.C., Oprea G. and Botea B. Basic equations of linear electric and magnetic circuits in quasi-stationary state based on principle of minimum absorbed power and energy // 2014 International Symposium on Fundamentals of Electrical Engineering (ISFEE), Bucharest, Romania, 2014. – P. 1-6.
4. Amgad A., AbdelAty A.M., Attia H.A. and Elbarawy M.T.M.M. Designing Of Fractional Order Legendre Filter Using Optimization Techniques // 2023 40th National Radio Science Conference (NRSC), Giza, Egypt, 2023. – P. 230-237.
5. Tseng C.-C. and Lee S.-L. Polynomial Graph Filter Design Using Legendre Polynomials // 2023 Sixth International Symposium on Computer, Consumer and Control (IS3C), Taichung, Taiwan, 2023. – P. 299-302.
6. Буренко Е.А. Аппроксимация характеристик электрических фильтров рациональными функциями // XLIV международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения»: Сб. тезисов докладов. – М., 2018. – Т. 1. – С. 375-376.
7. Dörfler F., Simpson-Porco J.W. and Bullo F. Electrical Networks and Algebraic Graph Theory: Models, Properties, and Applications // Proceedings of the IEEE. – 2018. – Vol. 106, No. 5. – P. 977-1005.
8. Argypopoulos P.E. and Lev-Ari H. Numerically stable, computationally efficient, filter bank based modeling of transfer functions for power system transient simulation // 2015 IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI), Champaign, IL, USA, 2015. – P. 1-8.
9. Xie F., Yang Z., Yang C., Chen Y., Zhang B. and Qiu D. Construction and Experimental Realization of the Fractional-Order Transformer by Oustaloup Rational Approximation Method // IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs. – 2023. – Vol. 70, No. 4. – P. 1550-1554.
10. Самойлов Л.К. Ввод-вывод аналоговых сигналов в системах управления и контроля. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2015. – 264 с.
11. Samoylov L.K., Denisenko D.Yu., Prokopenko N.N. The Function Approximation of the Signal Delay Time in the Anti-Alias Filter of the A/D Interface of the Instrumentation and Control System // 2018 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics. – 2018. – P. 1-4.
12. Palyuchenko Anton. RF signal chain discource – part 2: Essential building blok – Analog Devices. – 2021. – Vol. 55, No. 3.
13. Samojlov L.K., Denisenko D.Yu., Prokopenko N.N. Динамические погрешности процесса ввода аналоговых сигналов датчиков в системах управления и контроля: монография. – М.: Солон-Пресс, 2021. – 240 с. – ISBN 978-5-91359-444-0.
14. Samoylov Leontiy, Denisenko Darya, Prokopenko Nikolay, Bugakova Anna. Dynamic errors of broadband Chebyshev bandpass filters switched on at the ADC input in automatic control systems // 4th IEEE international conference on Design & Test of integrated micro & nano-Systems. – 2022. – P. 1-5.
15. Matejček M. and Šostronek M. Low-pass filter design with microcontroller // 2022 New Trends in Signal Processing (NTSP), Liptovský Mikuláš, Slovakia, 2022. – P. 1-8.
16. Nuhertz Filter Solutions 2019. Available: <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-nuhertz-filtersolutions>.
17. Rozaqi L., Nugroho A., Sanjaya K.H. and Simbolon A. Ivonita. Design of Analog and Digital Filter of Electromyography // 2019 International Conference on Sustainable Energy Engineering and Application (ICSEEA), Tangerang, Indonesia, 2019. – P. 186-192.
18. Grosinger P., Rybář J. and Ďuriš S. Design of a Fast Discrete Realtime Filters Based on Analog Models // 2021 22nd International Carpathian Control Conference (ICCC), Velké Karlovice, Czech Republic, 2021. – P. 1-5.
19. Sahu A. Kumar and Sahu A. Kumar. A Review on Different Filter Design Techniques and Topologies for Bio-potential Signal Acquisition Systems // 2018 3rd International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES), Coimbatore, India, 2018. – P. 934-937.
20. Zhang X. and Li Y. Evolutionary Design of an Analog Filter // 2013 5th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, Hangzhou, China, 2013. – P. 474-477.

## REFERENCES

1. Ulakhovich D.A. Osnovy teorii lineynykh elektricheskikh tsepey [Fundamentals of the theory of linear electrical circuits]. St. Petersburg: BKHV-Peterburg, 2009, 816 p.
2. Nesterov S.V. Sintez lineynykh elektricheskikh tsepey [Synthesis of linear electrical circuits]. Volgograd: Izd-vo VolGU, 2013, 84 p.
3. Andrei H., Andrei P.C., Oprea G. and Botea B. Basic equations of linear electric and magnetic circuits in quasi-stationary state based on principle of minimum absorbed power and energy, 2014 International Symposium on Fundamentals of Electrical Engineering (ISFEE), Bucharest, Romania, 2014, pp. 1-6.

4. *Amgad A., AbdelAty A.M., Attia H.A. and Elbarawy M.T.M.M.* Designing Of Fractional Order Legendre Filter Using Optimization Techniques, *2023 40th National Radio Science Conference (NRSC), Giza, Egypt, 2023*, pp. 230-237.
5. *Tseng C.-C. and Lee S.-L.* Polynomial Graph Filter Design Using Legendre Polynomials, *2023 Sixth International Symposium on Computer, Consumer and Control (IS3C), Taichung, Taiwan, 2023*, pp. 299-302.
6. *Burenko E.A.* Approksimatsiya kharakteristik elektricheskikh fil'trov ratsional'nymi funktsiyami. [Approximation of characteristics of electric filters by rational functions], *XLIV international youth scientific conference "Gagarin Readings". Collection of abstracts of reports.* Moscow, 2018, Vol. 1, pp. 375-376.
7. *Dörfler F., Simpson-Porco J.W. and Bullo F.* Electrical Networks and Algebraic Graph Theory: Models, Properties, and Applications, *Proceedings of the IEEE*, 2018, Vol. 106, No. 5, pp. 977-1005.
8. *Argyropoulos P.E. and Lev-Ari H.* Numerically stable, computationally efficient, filter bank based modeling of transfer functions for power system transient simulation, *2015 IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI), Champaign, IL, USA, 2015*, pp. 1-8.
9. *Xie F., Yang Z., Yang C., Chen Y., Zhang B. and Qiu D.* Construction and Experimental Realization of the Fractional-Order Transformer by Oustaloup Rational Approximation Method, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, Vol. 70, No. 4, pp. 1550-1554.
10. *Samoilov L.K.* Vvod-vyvod analogovykh signalov v sistemakh upravleniya i kontrolya. [Input-output of analog signals in control and monitoring systems]. Taganrog: Izd-vo YuFU, 2015, 264 p.
11. *Samoylov L.K., Denisenko D.Yu., Prokopenko N.N.* The Function Approximation of the Signal Delay Time in the Anti-Alias Filter of the A/D Interface of the Instrumentation and Control System, *2018 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics*, 2018, pp. 1-4.
12. *Patyuchenko Anton.* RF signal chain discourse – part 2: Essential building blok – Analog Devices, 2021, Vol. 55, No. 3.
13. *Samojlov L.K., Denisenko D.Yu., Prokopenko N.N.* Dinamicheskie pogreshnosti protsessa vvoda analogovykh signalov datchikov v sistemakh upravleniya i kontrolya: monografiya [Dynamic errors in the process of inputting analog signals of sensors in control and monitoring systems: monograph]. Moscow: Solon-Press, 2021, 240 p. ISBN 978-5-91359-444-0.
14. *Samoylov Leontiy, Denisenko Darya, Prokopenko Nikolay, Bugakova Anna.* Dynamic errors of broadband Chebyshev bandpass filters switched on at the ADC input in automatic control systems, *4th IEEE international conference on Design & Test of integrated micro & nano-Systems*, 2022, pp. 1-5.
15. *Matejček M. and Šostronek M.* Low-pass filter design with microcontroller, *2022 New Trends in Signal Processing (NTSP), Liptovský Mikuláš, Slovakia, 2022*, pp. 1-8.
16. Nuhertz Filter Solutions 2019. Available: <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-nuhertz-filtersolutions>.
17. *Rozaqi L., Nugroho A., Sanjaya K.H. and Simbolon A. Ivonita.* Design of Analog and Digital Filter of Electromyography, *2019 International Conference on Sustainable Energy Engineering and Application (ICSEEA), Tangerang, Indonesia, 2019*, pp. 186-192.
18. *Grosinger P., Rybář J. and Ďuriš S.* Design of a Fast Discrete Realtime Filters Based on Analog Models, *2021 22nd International Carpathian Control Conference (ICCC), Velké Karlovice, Czech Republic, 2021*, pp. 1-5.
19. *Sahu A. Kumar and Sahu A. Kumar.* A Review on Different Filter Design Techniques and Topologies for Bio-potential Signal Acquisition Systems, *2018 3rd International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES), Coimbatore, India, 2018*, pp. 934-937.
20. *Zhang X. and Li Y.* Evolutionary Design of an Analog Filter, *2013 5th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, Hangzhou, China, 2013*, pp. 474-477.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.И. Турулин.

**Самойлов Леонтий Константинович** – Южный федеральный университет; e-mail: [lkamoilov@sfedu.ru](mailto:lkamoilov@sfedu.ru); г. Таганрог, Россия; тел.: +78634371638; кафедра информационных измерительных технологий и систем; д.т.н.; профессор.

**Денисенко Дарья Юрьевна** – e-mail: [d.y.denisenko@yandex.ru](mailto:d.y.denisenko@yandex.ru); тел.: +78634371689; кафедра систем автоматического управления; к.т.н.; доцент.

**Титов Алексей Евгеньевич** – e-mail: [aetitov@sfedu.ru](mailto:aetitov@sfedu.ru); тел.: +78634371689; кафедра систем автоматического управления; к.т.н.; доцент.

**Samoilov Leonty Konstantinovich** – Southern Federal University; e-mail: lksamoilov@sfnu.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371638; the department of information measurement technologies and systems; dr. of eng. sc.; professor.

**Denisenko Darya Yurievna** – e-mail: d.y.denisenko@yandex.ru; phone: +78634371689; the department of automatic control systems; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Titov Alexey Evgenievich** – e-mail: aetitov@sfnu.ru; phone: +78634371689; the department of automatic control systems; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 621.382.32: 621.314

DOI 10.18522/2311-3103-2024-2-175-183

**Б.Г. Коноплев**

### **АНАЛИЗ ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫХ СВОЙСТВ НАНОМЕТРОВЫХ МОП-ТРАНЗИСТОРОВ В ДИОДНОМ ВКЛЮЧЕНИИ ПРИ СВЕРХНИЗКИХ НАПРЯЖЕНИЯХ**

*Успехи микроэлектроники, особенно развитие КМОП-технологии, обеспечили возможность создания приборов с чрезвычайно низкой потребляемой мощностью. Это позволило разрабатывать автономные беспроводные приборы, которые обеспечивают с использованием радиоволн не только прием, обработку и передачу информации, но и получение мощности питания от терминалов. Более того, для беспроводного и безбатарейного питания может применяться соби́рание радиочастотной энергии из окружающей среды: энергии излучения станций сотовой связи, радиотелевизионных станций, СВЧ-печей, Wi-Fi, Bluetooth и др. источников. Для преобразования радиочастотной энергии в напряжение питания чаще всего применяются выпрямители на основе нанометровых МОП-транзисторов в диодном включении. Когда устройства с беспроводным питанием находятся далеко от терминала или собирают энергию для питания из окружающей среды, плотность мощности электромагнитного поля и, следовательно, амплитуда входного напряжения может быть весьма малой. Поэтому актуальной является задача разработки и исследования таких устройств, способных работать при очень низких входных напряжениях. Целью исследования является анализ выпрямительных свойств диодов на основе нанометровых МОП-транзисторов в режиме слабой инверсии при сверхнизких входных напряжениях и выработка рекомендаций по выбору технологии и проектированию микросхем с беспроводным питанием. Получены выражения для оценки коэффициентов выпрямления диодов по току и по мощности. Выполнены расчеты по полученным выражениям и моделирование с использованием модели BSIM4v4.8.2 вольтамперных характеристик и зависимостей коэффициентов выпрямления диодов по току и по мощности от напряжения для типовой КМОП-технологии 90 нм. Показана возможность построения выпрямителей на основе МОП-транзисторов при сверхнизких напряжениях вплоть до единиц мВ. Даны рекомендации по обоснованию технологических и конструктивных параметров при проектировании модулей преобразования и соби́рания энергии беспроводных устройств.*

*Интернет вещей; беспроводная передача; соби́рание и преобразование энергии; диоды; нанометровые МОП-транзисторы; подпороговый режим; коэффициент выпрямления.*

**B.G. Konoplev**

### **ANALYSIS OF THE RECTIFYING PROPERTIES OF NANOMETER MOS TRANSISTORS IN A DIODE CONNECTION AT ULTRALOW VOLTAGE**

*Advances in microelectronics, especially the development of CMOS technology, have made it possible to create devices with extremely low power consumption. This made it possible to develop autonomous wireless devices that, using radio waves, not only receive, process, and transmit information, but also receive power from the terminals. For wireless and battery-free power supply, harvesting of radio frequency energy from the environment can be used: radiation energy from cellular stations, radio and television stations, microwave ovens, Wi-Fi, Bluetooth, and other sources. To convert radio frequency energy into supply voltage, rectifiers based on nanometer diode-connected MOSFETs are most often used. When wireless powered devices are located far from the terminal or harvest energy from the environment, the power density of the electromagnetic field and therefore the amplitude of the input voltage can be quite small. The urgent task is to develop and study such devices capable of operating at very low input voltage.*