

13. Alabdulatif A., Kaosar M. Privacy preserving cloud computation using Domingo-Ferrer scheme, *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, 2016, Vol. 28, No. 1, pp. 27-36.
14. Cheon J.H., Kim W.H., Nam H.S. Known-plaintext cryptanalysis of the Domingo-Ferrer algebraic privacy homomorphism scheme, *Information Processing Letters*, 2006, Vol. 97, No. 3, pp. 118-123.
15. Cheon J.H., Nam H.S. A cryptanalysis of the original domingo-ferrer's algebraic privacy homomorphism, *Cryptology EPrint Archive*, 2003.
16. Kalelkar M., Churi P., Kalelkar D. Implementation of model-view-controller architecture pattern for business intelligence architecture, *International Journal of Computer Applications*, 2014, Vol. 102, No. 12.
17. Hejlsberg A. et al. The C# programming language. Pearson Education, 2008.
18. Bahar A.Y. et al. Survey on Features and Comparisons of Programming Languages (PYTHON, JAVA, AND C#), *2022 ASU International Conference in Emerging Technologies for Sustainability and Intelligent Systems (ICETISIS)*. IEEE, 2022, pp. 154-163.
19. Nagibin V.A. Proektirovanie i realizatsiya sistemy podklyuchaemykh moduley v prilozheniyakh na yazyke C [Design and implementation of a system of plug-in modules in applications in the C language], *Put' v nauku: prikladnaya matematika, informatika i informatsionnye tekhnologii* [Path to science: applied mathematics, computer science and information technology], 2023, pp. 27-29.
20. Martynov A. Back/Forward i Undo/Redo v .NET-prilozheniyakh [Back/Forward and Undo/Redo in .NET applications], *RSDN Magazine* [RSDN Magazine], 2003, No. 2.

Статью рекомендовала к опубликованию д.ф.-м.н. Ф.Б. Тебуева.

Бабенко Людмила Климентьевна – Южный федеральный университет; e-mail: lkbabenko@sfedu.ru; тел.: +79054530191; г. Таганрог, Россия; кафедра безопасности информационных технологий им. Макаревича О.Б.; д.т.н.; профессор.

Стародубцев Виталий Сергеевич – e-mail: vstarodubcev@sfedu.ru; тел.: +79996928150; кафедра безопасности информационных технологий им. Макаревича О.Б.; студент.

Babenko Lyudmila Kliment'evna – Southern Federal University; e-mail: lkbabenko@sfedu.ru; phone: +79054530191; Taganrog, Russia; the Department of Information Technology Security Named after Makarevich O.B.; dr of eng. sc.; professor.

Starodubcev Vitalij Sergeevich – e-mail: vstarodubcev@sfedu.ru; phone: +79996928150; the Department of Information Technology Security named after Makarevich O.B.; student.

УДК 004.383.3

DOI 10.18522/2311-3103-2024-3-64-70

Д.И. Бакшун, И.И. Турулин

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРЫ РЕКУРСИВНОГО ФИЛЬТРА С КОНЕЧНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ В ВИДЕ ФУНКЦИИ, АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ОКНО ХАННА

Фильтры с импульсной характеристикой (ИХ) в виде весовой (сглаживающей) функцией находят применение в абсолютно разных областях цифровой обработки сигналов, таких как спектральный анализ – с целью уменьшения эффекта Гиббса, в формировании амплитудного распределения – для уменьшения уровня боковых лепестков, в том числе для радиотехнических систем с синтезированной апертурой и других. В статье рассмотрена структура рекурсивного КИХ-фильтра (РКИХ-фильтра) с ИХ в виде аппроксимированного окна Ханна при ограниченном фиксированном количестве операций перемножения и суммирования для любой длительности окна. Такая структура имеет существенно меньшую вычислительную сложность по сравнению с классической структурой КИХ-фильтра, и применять её можно во встраиваемых системах с ограниченными вычислительными ресурсами. Функция, аппроксимирующая окно Ханна, представляет собой полином третьей степени, коэффициенты которого рассчитаны с использованием дискретного интегрирования квазисинусной функции. Получена аналитическая формула для коэффициентов нерекурсивной части фильтра путём вычисления обратной конечной разности четвертой степени от аппроксимирующей функции окна Ханна. Коэффициентами нерекурсивной части являются целые числа, значения которых зависят от числа отсчетов (длины) полупериода квазисинусной функции, что упрощает реализацию подобного РКИХ-фильтра на базе программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС). Вычислена средняя абсолютная ошибка аппрок-

симиции при росте длины окна. При числе отсчетов ИХ менее 600 ошибка не превышает 4,5%, что является показателем высокой точности соответствия аппроксимирующей функции окну Ханна. Авторами предложена дальнейшая перспектива развития структуры РКИХ-фильтра с ИХ в виде аппроксимирующей функции окна Ханна. Данная структура позволяет реализовать РКИХ-фильтр с изменением длины окна Ханна во временной области при сохранении устойчивости за счет точного выполнения операций вычисления благодаря использованию коэффициентов нерекурсивной части, которые являются числами с фиксированной точкой, и их линейной зависимости от длины полупериода квазисинусной функции.

Рекурсивный; ПЛИС; КИХ-фильтр; окно Ханна; конечная импульсная характеристика; устойчивость.

D.I. Bakshun, I.I. Turulin

A TECHNIQUE FOR CONSTRUCTING THE STRUCTURE OF A RECURSIVE FILTER WITH A FINITE IMPULSE RESPONSE IN THE FORM OF A FUNCTION APPROXIMATING THE HANN WINDOW

Filters with an impulse response (IR) in the form of a weighting (smoothing) function are used in completely different areas of digital signal processing, such as spectral analysis - in order to reduce the Gibbs effect, in the formation of an amplitude distribution – to reduce the level of side lobes, including for radio engineering systems with synthesized aperture and others. The article considers the structure of a recursive FIR filter (RFIR-filter) with IR in the form of an approximated Hann window with a limited fixed number of multiplication and summation operations for any window duration. Such a structure has significantly lower computational complexity compared to the classical structure of the FIR-filter, and it can be used in embedded systems with limited computing resources. The function approximating the Hann window is a polynomial of the third degree, the coefficients of which are calculated using a specific integration of the quasi-sine function. An analytical formula is obtained for the coefficients of the non-recursive part of the filter by calculating the inverse finite difference of the fourth degree from the approximating function of the Hann window. The coefficients of the non-recursive part are integers, the values of which depend on the number of samples (length) of the half-cycle of the quasi-sine function, which simplifies the implementation of such an RFIR-filter based on a programmable logic integrated circuit (FPGA). The average absolute approximation error is calculated with an increase in the length of the window. When the number of samples is less than 600, the error does not exceed 4.5%, which is an indicator of the high accuracy of matching the approximating function to the Hann window. The authors propose a further perspective for the development of the structure of the RFIR-filter with IR in the form of an approximating function of the Hann window. This structure makes it possible to implement a RFIR-filter with a change in the length of the Hann window in the time domain while maintaining stability by accurately performing calculation operations using the coefficients of the non-recursive part, which are fixed-point numbers, and their linear dependence on the half-period length of the quasi-cosine function.

Recursive; FPGA; FIR-filter; Hann window; finite impulse response; stability.

Введение. Спектральный анализ предназначен для разложения исследуемого сигнала на гармонические составляющие и широко применяется в различных областях науки и техники, например, таких как аналитическая химия, астрофизика, металлургия, радиолокация и т.д.

При работе с дискретными сигналами для выполнения спектрального анализа основным методом является дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Так как из-за невозможности обработки исследуемого сигнала бесконечной длительности операция ДПФ всегда выполняется только для отрезка исследуемого сигнала, это в общем случае ведет к эффекту Гиббса, который вызывает искажение результата. Для снижения этого эффекта при спектральном анализе применяется свертка исследуемого сигнала и сглаживающей оконной (весовой) функции.

Структура, выполняющая линейную свертку дискретного входного сигнала с оконной функцией, соответствует цифровому КИХ-фильтру, коэффициенты которого равны дискретным отсчетам оконной функции. Для выполнения линейной свертки количество операций перемножения и сложения определяется длиной оконной функции, следовательно, при ее длительности, равной N , требуется выполнить N перемножений и $N - 1$

сложений. Так как оконная функция обычно имеет симметричный вид, то количество операций перемножения можно сократить в два раза. Значительно сократить количество вычислений можно используя рекурсивный КИХ-фильтр [1–5] с импульсной характеристикой (ИХ) в виде полинома, аппроксимирующего оконную функцию. В статье предложена структура рекурсивного КИХ-фильтра с ИХ, представляющей собой окно Ханна, реализованное на основе квазикосинусной функции в виде степенного полинома. Применение данного РКИХ-фильтра позволяет значительно сократить вычисления – до четырех операций перемножения и до двенадцати операций сложения для произвольной длительности окна.

Постановка задачи. Окно Ханна длительностью N представляет собой сумму функции косинуса и постоянного уровня, отличных от нуля на отрезке $-N/2, \dots, 0, \dots, N/2$

$$w(n) = 0,5 + 0,5 \cos(2\pi n/N) \text{ для } n = -N/2, \dots, 0, \dots, N/2, \quad (1)$$

$$\text{иначе } w(n) = 0.$$

Для получения ИХ, приближенной к выражению (1), необходимо представить ее в виде полинома третьей степени, коэффициенты которого являются целыми числами (или числами с фиксированной точкой). Для этого возьмем за основу функцию квазисинуса, аналитическое выражение которой соответствует полиному второй степени (полуволны аппроксимированы отрезками парабол) и произведем ее дискретное интегрирование. Результатом будет являться функция квазикосинуса с постоянной составляющей, равной максимальному значению функции. Для реализации РКИХ-фильтра требуется вычислить коэффициенты нерекурсивной части путем дискретного дифференцирования (нахождение обратной конечной разности) четвертого порядка от функции квазикосинуса с ее последующим дискретным интегрированием четвертого порядка в рекурсивной части. После дискретного дифференцирования четвертого порядка большая часть коэффициентов нерекурсивной части будет равна нулю, следовательно, количество операций перемножения сократится. Восстановление исходной КИХ происходит каскадным включением 4-х дискретных интеграторов (или эквивалентного им фильтра) причём обязательно после нерекурсивной части. Это необходимо, чтобы на входе каждого интегратора отсутствовала постоянная составляющая, и они ее не интегрировали вплоть до выхода содержимого сумматора за пределы разрядной сетки. [1, 2].

Вычисление коэффициентов нерекурсивной части фильтра. Половину периода дискретной квазисинусоиды можно представить в виде параболы $h_{x1}(n)$ с длительностью L , тогда полный период будет являться суммой функции $h_{x1}(n)$ и ее копией $h_{x2}(n)$, задержанной на L и умноженной на минус один:

$$h_x(n) = h_{x1}(n) + h_{x2}(n), \quad (2)$$

где $h_{x1}(n) = -n^2 + Ln$ для $0 \leq n \leq L$, иначе $h_{x1}(n) = 0$;
 $h_{x2}(n) = n^2 - 3Ln + 2L^2$ для $L \leq n \leq 2L$, иначе $h_{x2}(n) = 0$;
 $n = 0, 1, 2, \dots \infty$.

Следует отметить, что при формировании квазисинусоиды по формуле (2) количество точек всегда будет равно $2L + 1$, а после ее интегрирования $2L$. Тогда для достижения симметрии ИХ относительно центрального отсчета оконной функции (как и любой другой ИХ КИХ-фильтра) необходимо, чтобы длительность имела нечетное количество отсчетов [6, 7].

Для изменения длительности квазисинусоиды $h_x(n)$ выполним преобразование $f(n) = f(n) + f(n - 1)$ тогда:

$$h_y(n) = h_{y1}(n) + h_{y2}(n), \quad (3)$$

где $h_{y1}(n) = -2n^2 + 2(L + 1)n - (L + 1)$ для $1 \leq n \leq L$, иначе $h_{y1}(n) = 0$;
 $h_{y2}(n) = 2n^2 - (6L - 2)n + 4L^2 + 3L + 1$ для $L + 1 \leq n \leq 2L$, иначе $h_{y2}(n) = 0$.

Результатом дискретного интегрирования (суммирования от $-\infty$ до текущего номера отсчета) выражения (3) является аппроксимация окна Ханна, выраженная через функцию квазисинусоиды с количеством точек, равным $2L + 1$.

Обратная конечная разность степени r вычисляется по формуле $\nabla^r f(n) = f(n) - f(n-1)$ [8], при этом $\nabla^1 h_{hann}(n) = h_y(n)$. Тогда конечная разность четвертой степени равна сумме единичных импульсов (дискретных дельта-функций):

$$\begin{aligned} \nabla^4 h_{hann}(n) = & (L-1)[\delta(0) + \delta(2L+2)] + (-L-1)[\delta(2) + \delta(2L)] + \\ & + 2[(-1)\delta(1) + \delta(L) + 2\delta(L+1) + \delta(L+2) + (-1)\delta(2L+2)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Из полученной формулы (4) следует, что для реализации нерекурсивной части РКИХ-фильтра потребуется четыре блока умножителей (два из которых умножают на 2, что является арифметическим сдвигом) и восемь блоков сумматоров. При этом еще четыре блока сумматоров потребуется для рекурсивной части фильтра в виде четырех интеграторов, подключенных каскадно. На рис. 1 изображена структура РКИХ-фильтра с ИХ в виде функции, аппроксимирующей окно Ханна. Стоит отметить, что рассмотренная структура работает корректно при соблюдении условия $L \geq 3$.

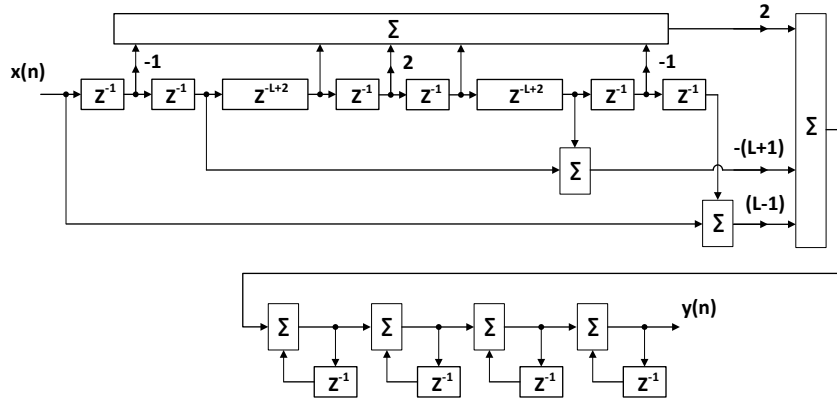


Рис. 1. Структура РКИХ-фильтра с ИХ в виде аппроксимирующей функцией окна Ханна

Так как аппроксимирующая функция принимает только целые значения, то при сравнении ее с оконной функцией необходимо использовать ее нормированное значение:

$$h'_{hann}(n) = h_{hann}(n)/G_{hann}, \quad (5)$$

где $G_{hann} = \max(h_{hann}) = (L^3 - L)/3$ – коэффициент усиления фильтра.

На рис. 2 изображен график сравнение ИХ $h'(n)$ исследуемого РКИХ-фильтра (синий цвет) и $w(n)$ окна Ханна (красный цвет), полученной с помощью инструмента Python функцией `scipy.signal.windows.hann()`. Длительность ИХ N для $h'(n)$ и $w(n)$ равна 16. На рис. 3 изображены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) $H(2f/f_s)$ для исследуемого РКИХ-фильтра и $W(2f/f_s)$ окна Ханна Python, где $2f/f_s$ – нормированная частота. При построении АЧХ использовалась функция `scipy.signal.freqz()`.

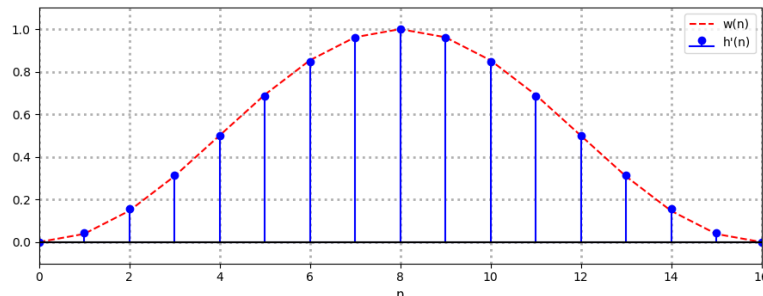


Рис. 2. Окно Ханна и нормированная ИХ РКИХ-фильтра

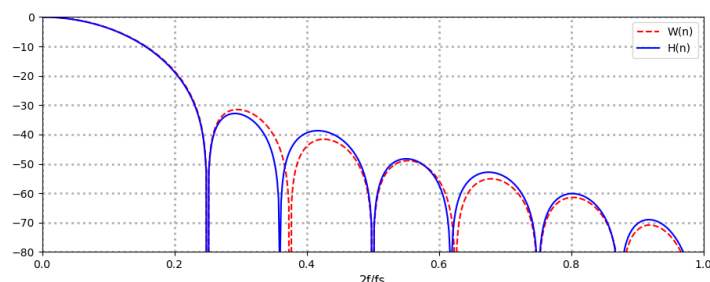


Рис. 3. АЧХ окна Ханна и РКИХ-фильтра

Погрешность аппроксимации окна Ханна. Применение аппроксимации ИХ в виде окна Ханна с помощью степенного полинома вызывает ошибку аппроксимации, обусловленную различием аппроксимирующей функции от исходной функции окна [8]. Средняя абсолютная ошибка аппроксимации окна Ханна с учетом (5) можно определить, как:

$$E(N) = (100\%/[N + 1]) \sum_n^N |w(n) - h'_{\text{hann}}| / w(n), \quad (6)$$

где N – длительность окна Ханна.

На рисунке представлен график $E(N)$. По результатам делается вывод о высокой точности аппроксимации ($E(N) < 4,5\%$ при $N < 600$). По графику видно, что зависимость ошибки от длительности окна приближается к линейной при $N > 200$.

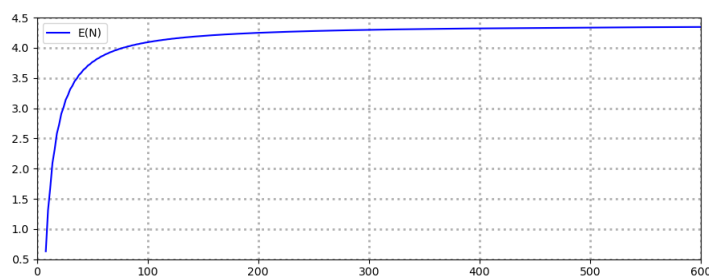


Рис. 4. Средняя абсолютная ошибка аппроксимации окна Ханна

Заключение. Разработана структура РКИХ-фильтра с ИХ в виде аппроксимирующей функцией окна Ханна с фиксированным числом операций перемножения и суммирования при произвольном порядке фильтра. Функция, аппроксимирующая окно Ханна, представляет собой полином третьей степени, коэффициенты которого рассчитаны с использованием дискретного интегрирования квазисинусной функции. Такая структура имеет существенно меньшую вычислительную сложность по сравнению с классической структурой КИХ-фильтра. Для длительности менее 600 отсчетов ошибка аппроксимации не превышает 4,5%, что является показателем высокой точности соответствия аппроксимирующей функции окну Ханна.

Из выражения (4) следует, что коэффициенты нерекурсивной части зависят от параметра L , тогда возможно дальнейшее внедрение управления длительностью ИХ во времени в структуру фильтра при сохранении устойчивости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Турулин И.И. Расчет и применение быстродействующих цифровых рекурсивных фильтров с конечной импульсной характеристикой: монография / под общ. ред. Л.К. Самойлова. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1999, – 88 с.
2. Турулин И.И. Основы теории рекурсивных КИХ-фильтров: монография. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2016. – 264 с.

3. Олейникова Т.В. Исследование алгоритмов рекурсивных фильтров с конечными импульсными характеристиками для весовой обработки сигналов: дисс. ... канд. техн. наук. – Таганрог, 1999.
4. Олейникова Т.В. Применение быстрой циклической свертки в корреляционном измерителе временных интервалов // Тез. докладов всероссийской научной конференции «Новые информационные технологии. Информационное, программное и аппаратное обеспечение». – Таганрог, 1995. – С. 178-179. 38.
5. Олейникова Т.В. Турулин И.И. Весовая обработка близко расположенных сигнала и помехи окнами с характеристиками типа окна Хэмминга // Тез. докладов всероссийской научной конференции «Радиоэлектроника, микроэлектроника, системы связи и управления». – Таганрог, 1997. – С. 232-233.
6. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. – 2-е изд.: пер. с англ. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. – 656 с.
7. Богнер Р., Константиноидис А. Введение в цифровую фильтрацию: пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 216 с.
8. Бронштейн И. Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. – М.: Наука, 1975.
9. Соловьев В.В. Логическое проектирование встраиваемых систем на FPGA. – СПб.: ООО «Медиа Группа Файнстрит», 2021. – 222 с.
10. Рабинер Л., Голд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов: пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 216 с.
11. Томас Д. Логическое проектирование и верификация систем на System Verilog: пер. с англ. А.А. Слинкина, А.С. Камкина, М.М. Чупилко. – М.: ДМК Пресс, 2019. – 384 с.
12. Хаханов В.И., Хаханов И.В., Литвинова Е.И. Гузь О.А. Проектирование и верификация цифровых систем на кристаллах. Verilog & System Verilog. – Харьков: ХНУРЭ, 2010. – 528 с.
13. Уэйкерли Ф. Проектирование цифровых устройств. Т. 1. – М.: Постмаркет, 2002. – 544 с.
14. Dam H.H., Nordebo S., Teo K.L., Cantoni A. Design of linear phase FIR filters with recursive structure and discrete coefficients // IEEE International conference on acoustics, speech, and signal processing: collected papers. – Seattle, 1998. – P.1269-1272.
15. Hassan F., Khorbotly S. Recursive implementation of exponential linear phase FIR filters // 18th IEEE International Conference on Electronics, Circuits, and Systems: collected papers. – Beirut, 2011. – P. 559-562.
16. Lau B.K. Sreeram V. Design of low order approximately linear phase IIR filters // IEEE Symposium on Advances in Digital Filtering and Signal Processing: collected papers. – Victoria, 1998. – P. 92-95.
17. Chacko G.G., Moitra A., Caculo S. Efficient Architecture for Implementation of Hermite Interpolation on FPGA // The 2018 Conference on Design & Architectures for Signal & Image Processing: collected papers. – Porto, 2018. – P. 7-12.
18. Maximo A. Efficient finite impulse response filters in massively-parallel recursive systems // Journal of Real-Time Image Processing: collected papers. – 2015. – Vol. 12. – P. 603-611.
19. Moreira A., Prats-Iraola P. Tutorial on Synthetic Aperture Radar // IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine. – 2013. – P. 6-43.
20. Sklyarov V. FPGA-based implementation of recursive algorithms // Microprocessors and Microsystems. Special Issue on FPGAs: Applications and Designs. – 2004. – Vol. 28/5-6. – P. 197-211.

REFERENCES

1. Turulin I.I. Raschet i primeneniye bystrodeystviyushchikh tsifrovyykh rekursivnykh fil'trov s konechnoy impul'snoy kharakteristikoy: monografiya [Calculation and application of high-speed digital recursive filters with finite impulse response: Monograph], under the general ed. L.K. Samoylova. Taganrog: Izd-vo TRTU, 1999, 88 p.
2. Turulin I.I. Osnovy teorii rekursivnykh KIKh-fil'trov: monografiya [Fundamentals of the theory of recursive FIR filters: monograph]. Taganrog: Izd-vo YuFU, 2016, 264 p.
3. Oleynikova T.V. Issledovanie algoritmov rekursivnykh fil'trov s konechnymi impul'snymi kharakteristikami dlya vesovoy obrabotki signalov: diss. ... kand. tekhn. nauk [Investigation of algorithms for recursive filters with finite impulse characteristics for weight signal processing: cand. of eng. sc. diss.]. Taganrog, 1999.
4. Oleynikova T.V. Primeneniye bystroy tsiklicheskoy svertki v korrelyatsionnom izmeritele vremennykh intervalov [The use of fast cyclic convolution in a correlation time interval meter], *Tez. dokladov vserossiyskoy nauchnoy konferentsii «Novye informatsionnye tekhnologii. Informatsionnoe, programmnnoe i apparatnoe obespechenie»* [Abstracts of reports of the All-Russian scientific conference "New information technologies. Information, software and hardware"]. Taganrog, 1995, pp. 178-179. 38.

5. *Oleynikova T.V., Turulin I.I.* Vesovaya obrabotka blizko raspolozhennykh signala i pomekhi oknami s kharakteristikami tipa okna Khemmign [Weight processing of closely spaced signal and interference by windows with characteristics of the type of a Hammign window], *Tez. dokladov vsrossiyskoy nauchnoy konferentsii «Radioelektronika, mikroelektronika, sistemy svyazi i upravleniya»* [Abstracts of reports of the All-Russian scientific conference "Radio electronics, microelectronics, communication and control systems"]. Taganrog, 1997, pp. 232-233.
6. *Layons R.* Tsifrovaya obrabotka signalov [Digital signal processing]. 2nd ed.: transl. from Engl. Moscow: OOO «Binom-Press», 2006, 656 p.
7. *Bogner R., Konstantinidis A.* Vvedenie v tsifrovuyu fil'tratsiyu [Introduction to digital filtering]: transl. from Engl. Moscow: Mir, 1976, 216 p.
8. *Bronshteyn I. N., Semendyaev K.A.* Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vuzov [Handbook of Mathematics for engineers and university students]. Moscow: Nauka, 1975.
9. *Solov'ev V.V.* Logicheskoe proektirovanie vstraivaemykh sistem na FPGA [Software design of an embedded system on FPGA]. Saint Petersburg: OOO «Media Gruppya Faynstrit», 2021, 222 p.
10. *Rabiner L., Gould B.* Teoriya i primeneniye tsifrovoy obrabotki signalov [Theory and application of digital signal processing]: transl. from Engl. Moscow: Mir, 1976, 216 p.
11. *Tomas D.* Logicheskie proektirovanie i verifikatsiya sistem na System Verilog [Logical design and verification of the Verilog system]: transl. from Engl. A.A. Slinkina, A.S. Kamkina, M.M. Chupilko. Moscow: DMK Press, 2019, 384 p.
12. *Khakhanov V.I., Khakhanov I.V., Litvinova E.I. Guz' O.A.* Proektirovanie i verifikatsiya tsifrovyykh sistem na kristallakh. Verilog & System Verilog [Design and verification of digital systems on crystals. Verilog and the Verilog system]. Khar'kov: KhNURE, 2010, 528 p.
13. *Ueykerli F.* Proektirovanie tsifrovyykh ustroystv [Design of digital devices]. Vol. 1. Moscow: Postmarket, 2002, 544 p.
14. *Dam H.H., Nordebo S., Teo K.L., Cantoni A.* Design of linear phase FIR filters with recursive structure and discrete coefficients, *IEEE International conference on acoustics, speech, and signal processing: collected papers*. Seattle, 1998, pp. 1269-1272.
15. *Hassan F., Khorbotly S.* Recursive implementation of exponential linear phase FIR filters, *18th IEEE International Conference on Electronics, Circuits, and Systems: collected papers*. Beirut, 2011, pp. 559-562.
16. *Lau B.K., Sreeram V.* Design of low order approximately linear phase IIR filters, *IEEE Symposium on Advances in Digital Filtering and Signal Processing: collected papers*. Victoria, 1998, pp. 92-95.
17. *Chacko G.G., Moitra A., Caculo S.* Efficient Architecture for Implementation of Hermite Interpolation on FPGA, *The 2018 Conference on Design & Architectures for Signal & Image Processing: collected papers*. Porto, 2018, pp. 7-12.
18. *Maximo A.* Efficient finite impulse response filters in massively-parallel recursive systems, *Journal of Real-Time Image Processing: collected papers*, 2015, Vol. 12, pp. 603-611.
19. *Moreira A., Prats-Iraola P.* Tutorial on Synthetic Aperture Radar, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 2013, pp. 6-43.
20. *Sklyarov V.* FPGA-based implementation of recursive algorithms, *Microprocessors and Microsystems. Special Issue on FPGAs: Applications and Designs*, 2004, Vol. 28/5-6, pp. 197-211.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.Н. Чернов.

Бакшун Дмитрий Иванович – Южный федеральный университет; e-mail: bakshun@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79185988588; аспирант.

Турулин Игорь Ильич – e-mail: iiturulin@sfedu.ru; тел.: +79618170609; д.т.н.; профессор.

Bakshun Dmitry Ivanovich – Southern Federal University; e-mail: bakshun@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79185988588; postgraduate student.

Turulin Igor Ilyich – e-mail: iiturulin@sfedu.ru; phone: +79618170609; dr. of eng. sc.; professor.