

П.О. Никашина**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА В НЕЧЕТКОМ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ГРАФЕ**

Предложен метод нахождения максимального значения динамического потока с использованием периодических графов, представленном в виде обобщенной сети. Интерес к сетям такого вида объясняется их широким практическим применением в местах, где есть периодичность, например управление периодическими пассажирскими перевозками на различных видах транспорта, грузовые перевозки, в том числе товаров с коротким сроком годности, управление дорожно-транспортным потоком, а именно регулирование светофоров, с учетом периодичности и загрузки. В то же время значения пропускной способности дуг рассматриваемых сетей могут варьироваться в зависимости от времени отправления потока и возможных циклов, поэтому мы переходим к динамическим сетям. Параметры сети представлены в нечеткой форме из-за влияния факторов окружающей среды и деятельности человека. А выбор именно периодических графов обусловлен наличием циклов и периодичностью временных интервалов. Рассмотренные типы сетей могут быть реализованы на реальных дорогах в процессе транспортировки. Для решения выявленной проблемы, в рамках представленной работы приведен краткий обзор литературных источников, позволяющий оценить современный уровень развития систем подобного назначения. В результате выполнения данного обзора установлено, что наиболее эффективными методами решения поставленной проблемы, является применение методов нечетких периодических графов. В связи с этим принято решение о проведении исследования указанных методов. Новизна данной работы определяется исходя из применения периодических темпоральных нечетких графов в рамках решения задачи нахождения максимального потока динамической сети.

Нечеткая сеть; нечеткие динамические графы; периодические графы.

P.O. Nikashina**DETERMINATION OF MAXIMUM FLOW IN A FUZZY PERIODIC GRAPH**

The article illustrates a method for finding the maximum value of a dynamic flow using periodic graphs, presented in the form of a generalized network. The interest in networks of this type is explained by their wide practical application in places where there is periodicity, for example, management of periodic passenger transportation on various types of transport, freight transportation, including goods with a short shelf life, management of road traffic flow, namely regulation traffic lights, taking into account frequency and workload. At the same time, the values of the bandwidth of the arcs of the networks under consideration may vary depending on the time of departure of the stream and possible cycles, so we turn to dynamic networks. Network parameters are presented in a fuzzy form due to the influence of environmental factors and human activity. And the choice of periodic graphs is due to the presence of cycles and the frequency of time intervals. The considered types of networks can be implemented on real roads during transportation. To solve the identified problem, within the framework of the presented work, a brief overview of literary sources is provided, which allows us to assess the current level of development of systems for such purposes. As a result of this review, it was found that the most effective methods of solving the problem posed are the use of fuzzy periodic graph methods. In this regard, it was decided to conduct a study of these methods. The novelty of this work is determined based on the use of periodic temporal fuzzy graphs in solving the problem of finding the maximum flow of a dynamic network.

Fuzzy network; fuzzy dynamic graphs; periodic graphs.

Введение. Обычные задачи управления потоками имеют различные вариации, практические реализации и предполагают передачу потока от источника к приемнику сети для нахождения максимального значения потока. Во всех возможных постановках задачи, исходными данными является емкость сети и цель состоит в том, чтобы найти экстремальное значение расхода без превышения пропускной способности сети по дуге. Другим сходством обычных задач о потоке является условие сохранения потока, в частности, предположение о том, что поток сохраняется на каждой дуге. Однако, если брать во внимание различные типы практических применений, например, периодичные перевозки с определенным циклом транспортировки, нарушение которых может привести к

повреждению или порче продукта, с одной стороны, перевозка скоропортящихся товаров приводит к снижению первоначальной перевозимой стоимости, а с другой стороны, некоторые виды товаров могут увеличить свою стоимость в процессе транспортировки.

Следовательно, в таких постановках задачи мы имеем дело не только с обобщенными сетями. Но и с периодическими графовыми системами.

В нашем алгоритме мы предлагаем учитывать неопределенность, свойственную всем видам сетей, и такие параметры, как пропускная способность дуг, затраты на транспортировку, а также учитывать возможную периодичность и цикличность в таких сетях, которые обусловлены, как природными явлениями, так техногенными и рукотворными.

Еще одно важное замечание заключается в том, что при решении задач с потоком важно учитывать динамический характер мощности дуги, поскольку они могут изменять свои значения во времени и зависеть от времени выхода потока. Эти модификации приводят к необходимости иметь дело с нечеткими динамическими сетями и рассматривать задачи в сетях такого типа.

1. Существующие методы. Нечеткие периодические графы представляют собой структуру данных, которая моделирует системы с циклическими процессами, где неопределенность и вариативность присутствуют как в объемах потока, так и в пропускных способностях дуг. Эта модель находит широкое применение в различных областях, включая управление трафиком, планирование поставок, проектирование телекоммуникационных сетей и распределение ресурсов. Нахождение максимального динамического потока в нечетких периодических графах представляет собой важную задачу, которая позволяет оптимизировать использование ресурсов в таких системах.

Существуют различные подходы к решению задачи поиска максимального динамического потока в нечетких периодических графах.

1. Методы на основе нечеткой линейной оптимизации.

Одна из первых работ в этой области была проведена А. Кауфманном и М. Гупта, где авторы предложили метод, основанный на нечеткой линейной оптимизации с использованием нечетких чисел [1].

М. Инуигучи, Дж. Рамик разработали метод, основанный на нечеткой многоцелевой оптимизации, который учитывает, как ограничения пропускной способности, так и потребности пользователей [2].

2. Методы на основе теории нечетких множеств.

Дж. Бакли, Т. Феринг в своей работе использовали теорию нечетких множеств для определения нечеткой пропускной способности дуг, а затем применили алгоритм поиска максимального потока для расчета нечеткого максимального потока [3].

Л. Заде предложил новый подход, который использует нечеткие отношения для определения нечетких графов и затем применяет алгоритмы поиска максимального потока к этим нечетким графам [4].

3. Гибридные методы:

Д. Голдберг разработал гибридный метод, который сочетает в себе нечеткую линейную оптимизацию и генетические алгоритмы для поиска оптимального решения [5].

Дж. Холланд предложил метод, который использует нечеткие правила и эволюционные алгоритмы для определения максимального динамического потока [6].

Разные методы имеют свои преимущества и недостатки. Методы на основе нечеткой линейной оптимизации просты в реализации, но могут быть недостаточно точными, особенно при больших объемах неопределенности. Методы, основанные на теории нечетких множеств, могут обеспечить более точные решения, но могут быть сложнее в реализации. Гибридные методы обычно обеспечивают компромисс между точностью и сложностью.

Несмотря на то, что существует множество исследований по данной теме, существует ряд открытых вопросов:

- ♦ Разработка более эффективных алгоритмов для решения задачи поиска максимального динамического потока в нечетких периодических графах.

- ♦ Разработка новых методов, которые учитывают динамическую природу неопределенности.
- ♦ Разработка методов, которые могут быть применены к реальным системам с большими объемами данных.

2. Метод нахождения потока. Обобщенная задача о потоке является обобщением обычной задачи о максимальном расходе, которая нарушает предположение о сохранении расхода. Аналогично обычным потоковым сетям рассматривается емкостная сеть, где каждая дуга имеет пропускную способность $\tilde{a}$, которая ограничивает количество потока, передаваемого в его дугу.

Более того, обобщенная сеть имеет дополнительный параметр – коэффициент усиления потока или эффективность потока. Этот параметр p является положительным множителем и указывает, что если $\tilde{m}$ единиц расхода войдут в дугу, затем $\tilde{a} \times p$ единиц измерения расхода выйдут [7].

В рамках определения периодических графов, стоит отметить их отличительные характеристики в сравнении с классическими графами, а именно: инициализация пропускной способности, совместно с заданием времени повторения (тактами), а также возможностью определения количества задержек на той или иной вершине. Пример данного графа представлен на рис. 1.

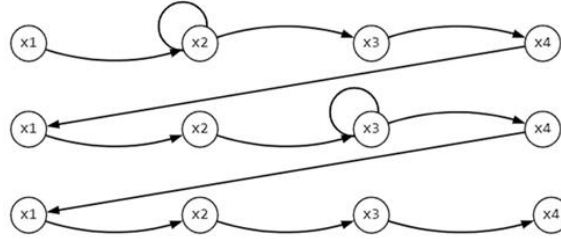


Рис. 1. Пример периодического нечеткого графа

Пусть задача о нахождении максимального динамического потока в нечеткой обобщенной сети имеет вид:

$$\text{Maximize } \tilde{b}(p). \quad (1)$$

$$\sum_{\vartheta=0}^p (\sum_{x_j \in U(x_i)} \tilde{\delta}_{ij}(\vartheta) - \sum_{x_j \in U^{-1}(x_i)} \tilde{\delta}_{ij}(\vartheta - \mu_{ij}(\vartheta))) = \tilde{b}(p), x_i = s. \quad (2)$$

$$\sum_{\vartheta=0}^p (\sum_{x_j \in U(x_i)} \tilde{\delta}_{ij}(\vartheta) - \sum_{x_j \in U^{-1}(x_i)} \tilde{\delta}_{ij}(\vartheta - \mu_{ij}(\vartheta))) = \tilde{0}, x_i \neq s, t; \vartheta \in T. \quad (3)$$

$$\sum_{\vartheta=0}^p (\sum_{x_j \in U(x_i)} \tilde{\delta}_{ij}(\vartheta) - \sum_{x_j \in U^{-1}(x_i)} \tilde{\delta}_{ij}(\vartheta - \mu_{ij}(\vartheta))) = -\tilde{b}(p), x_i = t. \quad (4)$$

$$\sum_{x_j \in U^{-1}(x_i)} \tilde{\delta}_{xi}^{ij}(\vartheta + \mu_{ij}) = p_{ij} \times \tilde{\delta}_{xi}^{ij}(x_i). \quad (5)$$

$$\tilde{0} \leq \tilde{\delta}_{xi}^{ij}(x_i) \leq \tilde{a}_{ij}(\vartheta), \forall (x_i, x_j) \in \tilde{A}, \vartheta \in T. \quad (6)$$

Уравнение (1) $\tilde{b}(p)$ отражает максимизацию расхода. Уравнение (2) является условием сохранения расхода для источника $\sum_{\vartheta=0}^p (\sum_{x_j \in U(x_i)} \tilde{\delta}_{ij}(\vartheta)), x_i = s$. Уравнение (4) является условием сохранения расхода для приемника $\sum_{\vartheta=0}^p (\sum_{x_j \in U^{-1}(x_i)} \tilde{\delta}_{ij}(\vartheta - \mu_{ij}(\vartheta))), x_i = t$. Уравнение (3) представляет собой условие сохранения потока для промежуточных узлов. Равенство (5) указывает на зависимость между входящим потоком, коэффициентом полезного действия и выходящим потоком. Неравенство (6) указывает $\tilde{\delta}_{ij}(\vartheta)$, что потоки за все периоды времени должны быть меньше, чем пропускная способность соответствующих дуг $\tilde{a}_{ij}(\vartheta)$ за те же периоды времени.

Для представления предлагаемого алгоритма введем правила перехода к развернутому во времени варианту исходного динамического графа, перехода к нечеткой остаточной сети “развернутому во времени” графу и перехода в нечеткий периодический граф, основанными на [8–10].

Правило 1 – переход к развернутому во времени варианту исходного динамического графа.

Цель состоит в том, чтобы перейти от начальной версии динамической сети, представленной в виде графика, к развернутой во времени версии, путем создания отдельной копии каждого узла $x_i \in X$ в каждый период времени $\vartheta \in T$. $\tilde{G}_p = (X_p, \tilde{A}_p)$. Набор узлов X_p может быть определен как $X_p = \{(x_i, \vartheta) : (x_j, \vartheta) \in X \times T\}$. В $\tilde{A}_p$ входят дуги из пары вершина-время $(x_i, \vartheta) \in X_p$ для каждого узла-времени пара $(x_j, \vartheta = \vartheta + \mu_{ij}(\vartheta))$, где $x_j \in U(x_i)$ и $\vartheta + \mu_{ij}(\vartheta) \leq p$. Значение дуги $\tilde{a}_{ij}(x_i, x_j, \vartheta, \theta)$, соединяющей (x_i, ϑ) с (x_j, ϑ) равно $\tilde{a}_{ij}(\vartheta)$. Факторы эффективности потока $\tilde{p}(x_i, x_j, \vartheta, \theta)$ соединяющей (x_i, ϑ) с (x_j, ϑ) равны $\tilde{p}_{ij}(\vartheta)$. Транзитное время $p(x_i, x_j, \vartheta, \theta)$, соединяющее (x_i, ϑ) с (x_j, ϑ) , равно $\mu_{ij}(\vartheta)$.

Правило 2 – переход к нечеткой сети “развернутого во времени” графа.

Построение нечеткой остаточной сети $\tilde{G}_p^r = (X_p^r, \tilde{A}_p^r)$ реализуется в соответствии с “развернутым во времени” графом $\tilde{G}_p = (X_p, \tilde{A}_p)$ и значениями потока $\tilde{\delta}(x_i, x_j, \vartheta, \theta = \vartheta + \mu_{ij}(\vartheta))$, исходящими из узлов (x_i^r, ϑ) и входящими в узлы (x_j^r, θ) каждой дуги в остаточной сети $\tilde{G}_p^r$, головной узел которой равен (x_i^r, ϑ) , а хвостовой узел равен (x_j^r, θ) с расходом $\tilde{\delta}(x_i, x_j, \vartheta, \theta)$ исходящую из вершины x_i в момент $\vartheta \in T$, остаточная емкость нечетких дуг потока $\tilde{a}^r(x_i, x_j, \vartheta, \theta) = \tilde{a}(x_i, x_j, \vartheta, \theta) - \tilde{\delta}(x_i^+, x_j^-, \vartheta^+)$ с транзитным временем $\tilde{\mu}^r(x_i, x_j, \vartheta, \theta) = \tilde{\mu}(x_i, x_j, \vartheta, \theta)$ и обратная дуга $\tilde{p}^r(x_i, x_j, \vartheta, \theta) = \tilde{p}(x_i, x_j, \vartheta, \theta)$, с головной-узлом (x_i^r, ϑ) и хвост-узел (x_j^r, θ) с нечеткими дугами емкости $\tilde{a}^r(x_i, x_j, \vartheta, \theta) = \tilde{\delta}(x_j^-, x_i^+, \vartheta + \mu_{ij}^-)$, время в пути $\mu^r(x_i, x_j, \vartheta, \theta) = -\mu(x_i, x_j, \vartheta, \theta)$ и КПД $p^r(x_i, x_j, \vartheta, \theta) = 1/p(x_i, x_j, \vartheta, \theta)$, где $\tilde{\delta}(x_i^+, x_j^-, \vartheta^+)$ – поток, истекающего из вершины x_i в период времени ϑ к узлу x_j , $\tilde{\delta}(x_j^-, x_i^+, \vartheta + \mu_{ij}^-)$ – поток, поступающий в узел x_j в период времени $\vartheta + \mu_{ij}$ из узла x_i .

Правило 3 – составление периодических графов в сети.

Стоит отметить возможность повтора итераций бесконечное множество раз, в случае отсутствия заданного ограничения. Следовательно, во избежание возникновения подобной ситуации, задаются ограничения во времени (тактах), к примеру: $t = 6$. Данное ограничение предполагает окончание прохождения через $t = 6$, соответственно, при достижении данного значения, необходимо сформировать максимально возможное количество выходных значений равных U . Данный периодический темпоральный граф с прохождением тактов с задержкой в вершине, представляется следующим образом: пусть в графе G вершины x_i и x_j соединяются дугой (x_i, x_j) , при условии, что в исходном графе $G = (X, A)$, пропускная способность x_i в вершину x_j за время равное $t = 1$, равна q . Например, пропускная способность вершины x_i по дуге (x_i, x_j) в момент времени 1 обладает значением, равным 3, способна представляться в графе G единицей потока, проходящей по дуге (x_1, x_2) .

При этом мы видим, что в вершине x_2 у нас идет задержка и мы ждем следующего периода, чтобы из этой вершины пойти дальше. При этом пропускные способности дуг в развернутом во времени графе с учетом задержек, задаются в соответствии с уравнениями (7)-(9):

$$\begin{aligned} \tilde{q}(x_{0i}, x_{1i+1}) &= [q_1(x_{0i}, x_{1i+1}); q_r(x_{0i}, x_{1i+1})] = [q_1(x_{0i}, x_{1i}); q_r(x_{0i}, x_{1i})], \\ &\quad \forall i = 0, \dots, p-1, \\ \tilde{q}(x_{1i}, x_{2i+1}) &= [q_1(x_{1i}, x_{2i+1}); q_r(x_{1i}, x_{2i+1})] = [q_1(x_{1i}, x_{2i}); q_r(x_{1i}, x_{2i})], \\ &\quad \forall i = 0, \dots, p-1; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\tilde{q}(x_{1i}, x_{2i+1}) = \begin{cases} U_i + U_{i+1}, & \text{если } \tilde{q}(x_{1i}, x_{2i+1}) > \max \tilde{q} \\ U_i, & \text{если } \tilde{q}(x_{1i}, x_{2i+1}) \leq \max \tilde{q} \end{cases}, \quad (8)$$

$$\tilde{q}(x_{2i}, x_{3i+1}) = [q_1(x_{2i}, x_{3i+1}); q_r(x_{2i}, x_{3i+1})] = [q_1(x_2, x_3); q_r(x_2, x_3)], \quad \forall i = 0, \dots, p-1. \quad (9)$$

Исходя из формулы (8) стоит внести пояснения: в случае если пропускная способность вершины 2 больше максимальной пропускной способности, осуществляется задержка, с последующим аккумулярованием выходных значений и с переходом на новую итерацию цикла. В случае, если пропускная способность вершины окажется меньше или равной максимальному значению, итерация цикла продолжается.

Далеемы можем ввести предложенный алгоритм нахождения максимального динамического потока в обобщенной сети.

3. Алгоритм нахождения максимального динамического потока

Этап 1.

Переход к развернутой во времени версии $\tilde{G}_p$ данного ориентированного графа $\tilde{G}$ путем создания отдельной копии каждого узла $x_i \in X$ в каждый момент времени $\theta \in T$. В соответствии с правилом 1 цель состоит в определении максимального потока в динамической обобщенной нечеткой сети, проходящего из набора источников, расширенный на p периодов и входящий в набор приемников, расширенный на p периодов, не позднее p . Мы должны добавить искусственный источник s' и приемник t' и соединиться с каждым заданным источником и приемником соответственно. Искусственные дуги, выходящие из искусственных узлов и входящие в них, имеют бесконечную пропускную способность.

Этап 2.

Создаём нечеткую остаточную сеть $\tilde{G}_p^r$ с учетом значений потока, проходящих по дугам графа $\tilde{G}_p$. Нечеткая остаточная сеть $\tilde{G}_p^r = (X_p^r, \tilde{A}_p^r)$ основана на “развернутом во времени” графе $\tilde{G}_p = (X_p, \tilde{A}_p)$ и значения расхода, полученные по правилу 2.

Этап 3.

Найдем путь $\tilde{P}_p^r$ с наибольшим произведением коэффициента эффективности $r = \prod_{(x_i, x_j, \theta, \theta) \in A_f} \tilde{p}^r(x_i, x_j, \theta, \theta) \times \prod_{(x_i, x_j, \theta, \theta) \in A_l} 1 / \tilde{p}^r(x_i, x_j, \theta, \theta)$

Перейти к этапу 4, если путь $\tilde{P}_p^r$ найден. Если такого пути нет, максимальное значение расхода $\tilde{\delta}(x_i, x_j, \theta, \theta) + \tilde{\varepsilon}_p^r \times \tilde{P}_p^r = \tilde{b}(p)$ найдено на расширенном во времени нечетком статическом графе, затем перейдите к шагу 6.

Этап 4.

Передаем максимальное значение расхода в зависимости от дуги с минимальной нечеткой остаточной емкостью выдающего потока и с учетом следующих коэффициентов эффективности:

$$\tilde{\varepsilon}_p^r = \min \left[\tilde{u}(\tilde{P}_p^r) \right], \tilde{u}(\tilde{P}_p^r) = \min \left[\tilde{u}^r(x_i, x_j, \theta, \theta) \times p_{ij} \right], (x_i^r, \theta), (x_j^r, \theta) \in \tilde{P}_p^r$$

принимая во внимание коэффициенты эффективности в начале и в конце дуги. Следовательно, полученное значение расхода может быть рассчитано как произведение переданного значения расхода $\tilde{\delta}(x_i^+, x_j^-, \theta^+)$ и г:

$$\tilde{\delta}(x_j^-, x_i^+, \theta + \mu_{ij}^-) = \tilde{\delta}(x_i^+, x_j^-, \theta^+) \times \prod_{(x_i, x_j, \theta, \theta) \in A_f} \tilde{p}^r(x_i, x_j, \theta, \theta) \times \prod_{(x_i, x_j, \theta, \theta) \in A_l} 1 / \tilde{p}^r(x_i, x_j, \theta, \theta).$$

Этап 5.

Обновляем значения нечеткого потока на графике $\tilde{G}_p$: заменим нечеткий поток для дуг $\tilde{\delta}(x_j^-, x_i^+, \vartheta + \mu_{ij}^-)$ на $\tilde{\delta}(x_j^-, x_i^+, \vartheta + \mu_{ij}^-) - \tilde{\varepsilon}_p^r$, соединяющих узел времени (x_i^r, ϑ) с (x_j^r, θ) , таких как $((x_i^r, \vartheta), (x_j^r, \theta)) \notin \tilde{A}_p, ((x_i^r, \vartheta), (x_j^r, \theta)) \in \tilde{A}_p^r$ в $\tilde{G}_p^r$ вдоль соответствующих дуг, идущих от (x_i^r, ϑ) в (x_j^r, θ) от $\tilde{G}_p$ и заменим нечеткий поток $\tilde{\delta}(x_i^+, x_j^-, \vartheta^+)$ на $\tilde{\delta}(x_j^-, x_i^+, \vartheta + \mu_{ij}^-) + \tilde{\varepsilon}_p^r$ для дуг, соединяющих узел-время пара (x_i^r, ϑ) с (x_j^r, θ) , таких как $((x_i^r, \vartheta), (x_j^r, \theta)) \in \tilde{A}_p^r$ в $\tilde{G}_p^r$ вдоль дуги происходит от (x_i^r, ϑ) в (x_j^r, θ) от $\tilde{G}_p$. Заменить значение нечеткого потока в $\tilde{G}_p$: $\tilde{\delta}(x_i, x_j, \vartheta, \theta) \rightarrow \tilde{\delta}(x_i, x_j, \vartheta, \theta) + \tilde{\varepsilon}_p^r \times \tilde{P}_p^r = \tilde{b}(p)$ и перейдите к этапу 2, начиная с обновленных значений расхода.

Этап 6.

Переход к заданному динамическому нечеткому обобщенному графу $\tilde{G}$, если максимальное поток $\tilde{\delta}(x_i, x_j, \vartheta, \theta) + \tilde{\varepsilon}_p^r \times \tilde{P}_p^r = \tilde{b}(p)$ находится в $\tilde{G}_p$. Следовательно, максимальный поток значения $\tilde{b}(p)$ получен на исходном графике, что эквивалентно потоку из источников (начальный узел, расширенный на p периодах) к приемникам (конечный узел, расширенный на p периодах) в $\tilde{G}_p$ после отмены искусственных узлов. Каждый путь, соединяющий пары узел-время (s, c) и $(t, \psi = c + \mu_{st}(c))$, $\psi \in T$, по которому проходит поток $\delta(s, t, \theta, c)$, равен потоку $\delta_{st}(\theta)$.

Этап 7.

После того, как мы перешли к данному динамическому нечеткому графу $\tilde{G}_p$, мы переходим к его периодической форме. Для этого, зная правила 2 и 3, мы корректируем наши значения периодичности в нашем графике. На выходе этого шага мы должны получить динамический нечеткий периодический граф.

4. Числовой пример. В этом разделе приводится расчет числового примера, отражающего предлагаемый метод. Необходимые данные для задачи взяты из геоинформационной системы «Elshayal Smart GIS».

Здесь можно создавать новые слои, которые фокусируются на точках, полилиниях, полигонах и множествах точек, а также на комбинациях этих элементов. Можно автоматически сбалансировать изображение, перейти к слою пользовательского масштаба в Google Земля, подтвердить границы слоя и отредактировать таблицу данных слоя.

Кроме того, можно использовать функции отмены и повтора, вставлять и привязывать вершины, поворачивать или масштабировать изображение, находить элементы по данным, разделять полигоны или полилинии, объединять несколько частей в одну, переключать режим 3D-просмотра, а также вычислять площадь и объем фигуры и многое другое.

Пользователь может выбрать часть карты для обработки и получить информацию. Постановка задачи состоит в том, чтобы найти максимальное значение потока в исходной динамической обобщенной сети в виде. Мы получим два значения максимального потока: для отправленного потока и для полученного потока, а также рассмотрим обобщенную сеть.

Пропускная способность дуг определяется экспертами и включается в ГИС в виде таблиц или в виде понятных исходных данных. Рассмотрим решение задачи нахождения максимального потока в динамической сети. Представим выбранную область в виде нечеткого периодического обобщенного графа, как показано на рис. 2.

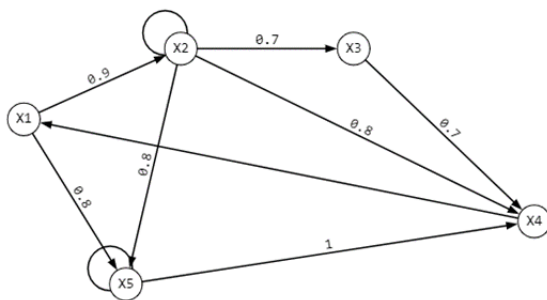


Рис. 2. Исходный периодический нечеткий обобщенный граф

Перейдем к статическому графу с развернутого во времени в соответствии с правилом 2 (рис. 3). Добавим частоту системы к этой сети и получим рис. 4. В табл. 1 и 2 приведены параметры, присвоенные дугам сети.

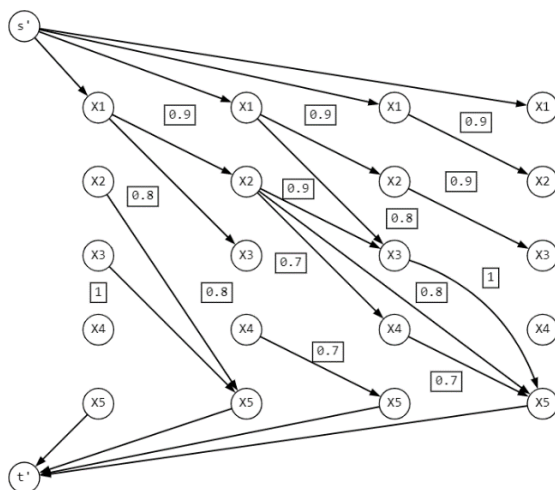


Рис. 3. Нечеткая развернутая во времени обобщенная сеть

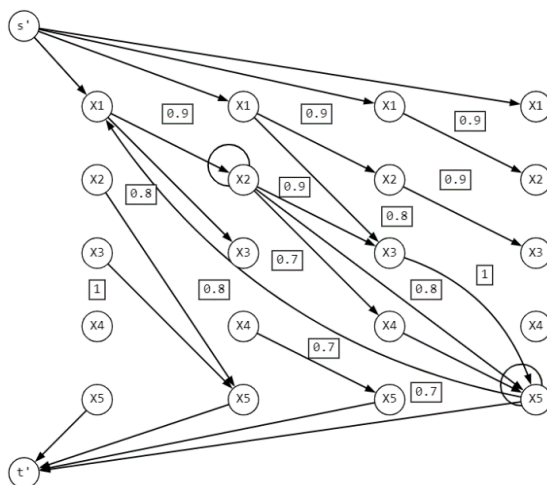


Рис. 4. Нечеткая периодическая развернутая во времени обобщенная сеть

Таблица 1

Нечеткие мощности дуги с коэффициентами эффективности, зависящими от времени задержки потока

Дуги графа	Нечеткие мощности дуги, в периодическом времени			
	0	1	2	3
(x_1, x_2)	40	20	25	40
(x_1, x_3)	16	12	55	37
(x_2, x_3)	18	25	55	35
(x_2, x_4)	15	30	35	18
(x_2, x_5)	42	10	38	16
(x_3, x_5)	36	45	18	55
(x_4, x_5)	20	22	19	26

Мы найдем путь с максимальным произведением эффективности потока и перенесем по нему минимальный расход в соответствии с коэффициентами производительности дуги и эффективности. Давайте построим остаточную сеть в соответствии с уже пройденным потоком.

Таблица 2

Временные параметры в зависимости от времени выхода потока

Дуги графа	Временные параметры во временных периодах			
	0	1	2	3
(x_1, x_2)	1	1	1	2
(x_1, x_3)	1	1	3	2
(x_2, x_3)	5	1	1	1
(x_2, x_4)	4	1	3	1
(x_2, x_5)	1	4	2	2
(x_3, x_5)	1	3	1	1
(x_4, x_5)	5	1	1	3

Итеративно повторяя следующую процедуру, мы получаем окончательное распределение потока в сети, поскольку последующее построение сети не показывает дополнительных путей.

Наконец, максимальная скорость потока, передаваемая от источника, составляет 52 единицы, а скорость потока, принимаемая приемником, составляет 34,2 единицы.

Предложенный алгоритм является оптимальным, поскольку на каждом шаге метода находится насыщенный путь, а на заключительном шаге метода нет расширяющегося пути.

Заключение. Рассмотрен метод нахождения максимального потока в нечеткой динамической обобщенной сети, основанный на предложенных правилах построения расширенной во времени сети с нечеткими периодическими графами. Данный метод учитывает параметры эффективности, присвоенные сетевым дугам, нечеткость и периодичность, свойственную реальным типам сетей из-за различных факторов, связанных с деятельностью человека, условиями окружающей среды, авариями и т.д. Рассмотрен динамический характер пропускных способностей дуг и их зависимостей от времени, периодичности и циклов отправления потока. Представлен численный пример. Рассматриваемый метод имеет значительную практическую ценность, поскольку позволяет решать реальные оптимизационные задачи.

Подтверждения. Исследование было профинансировано Российским научным фондом, проект №23-21-00206, <https://rscf.ru/en/project/23-21-00206> / реализовано Южным федеральным университетом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Kaufman A., Gupta M.M. Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. New York: Van Nostrand Reinhold, 1985.
2. Inuiguchi M., Romik J. Probabilistic linear programming: A brief overview of fuzzy mathematical programming and comparison with stochastic programming in portfolio selection, *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, Vol. 111, No. 1, pp. 3-28.
3. Buckley J., Fearing T. Fuzzy Mathematics in Economics and Finance. Heidelberg: Physica-Verlag, 2000.
4. Zadeh L.A. Fuzzy sets, *Information and control*, 1965, Vol. 8, No. 3, pp. 338-353.
5. Goldberg D.E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, 1989.
6. Holland J. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with applications to biology, Management and Artificial Intelligence. University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1975.
7. Kureichik V., Gerasimenko E. Approach to the minimum cost flow determining in fuzzy terms considering vitality degree, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2017, 573, pp. 200-210. DOI: 10.1007/978-3-319-57261-1_20.
8. Bozhenyuk A.V., Gerasimenko E.M., Kacprzyk J., and Rozenberg I.N. Flows in Networks Under Fuzzy Conditions. Springer International Publishing, Switzerland, 2017.
9. Bozhenyuk A., Kosenko O., Knyazeva M., and Dolgiy A. The Comparative Approach to Solving Temporal-Constrained Scheduling Problem Under Uncertainty, *Lecture Notes in Computer Science*, 2021, Vol. 13068, pp. 173-183.
10. Bozhenyuk A., Belyakov S., Gerasimenko E., and Savelyeva M. Fuzzy optimal allocation of service centers for sustainable transportation networks service, *Intelligent Systems Reference Library*, 2017, Vol. 113, pp. 415-437.
11. Gorbachev S., Bozhenyuk A., Nikashina P. Optimization of Traffic Flow Based on Periodic Fuzzy Graphs. Springer Tracts in Human-Centered Computing (STHC), 2023. – 374-383. Available at: https://doi.org/10.1007/978-981-99-3478-2_32.
12. Knyazeva M., Bozhenyuk A., Kaymak U. Managing temporal uncertainty in multi-mode Z-number fuzzy graph structures, *Proceedings of the 2019 Conference of the International Fuzzy Systems Association and the European Society for Fuzzy Logic and Technology*, 2019, Vol. 1, pp. 580-587. Available at: <https://doi.org/10.2991/eusflat-19.2019.80>.
13. Çakır E., Ulukan Z., Acarman T. Shortest Fuzzy Hamiltonian Cycle on Transportation Network Using Minimum Vertex Degree and Time-dependent Dijkstra's Algorithm, *IFAC-PapersOnLine*, 2021, 54 (2), pp. 348-353. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.06.048>.
14. Wayne K.D., Fleische L. Faster approximation algorithms for generalized flow, *Proceedings of 10th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*. Baltimore, MD, USA, 1998.
15. Eguchi A., Fujishige S., Takabatake T. A polynomial-time algorithm for the generalized independent-flow problem, *J. Oper. Res.*, 2004, 47 (1), pp. 1-17.
16. Krumke S.O., Zeck C. Generalized max flow in series-parallel graphs, *Discrete Optimization*, 2013, 10 (2), pp. 155-162. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.disopt.2013.01.001>.
17. Kartikasari R. Optimization of Traffic Light Control Using Fuzzy Logic Sugeno Method, *International Journal of Global Operations Research*, 2020, pp. 51-61.
18. Belyakov S., Bozhenyuk A., Samoylov L., Nikashina P. Geoinformation Model for Smart Grid Sustainability Management, *Intelligent and Fuzzy Systems. INFUS 2023. Lecture Notes in Networks and Systems*, 2023, Vol. 759, pp. 651-658.
19. Umare P.R.; Jayswal S.G.; Tambakhe S.R.; Upadhye P.D.; Gulhane N.D. Smart Solution for Traffic Control, In *Proceedings of the 2019 IEEE 4th International Conference on Computer and Communication Systems (ICCCS)*, 2019, pp. 721-724.
20. Kutlimuratov K., Khakimov S., Mukhitdinov A., Samatov R. Modelling traffic flow emissions at signalized intersection with PTV vissim, *Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya «Stroitel'naya mekhanika, gidravlika i gidrotekhnika»* [International scientific conference "Structural mechanics, hydraulics and hydraulic engineering"], 2021, pp. 12.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.Е. Сергеев.

Никашина Полина Олеговна – Южный федеральный университет; e-mail: nikashina@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79381453823; кафедра информационно-аналитических систем безопасности имени профессора Берштейна Леонида Самойловича; аспирант.

Nikashina Polina Olegovna – Southern Federal University; e-mail: nikashina@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79381453823; the department of Information and Analytical Security Systems named after Professor Bershtein Leonid Samoylovich; graduate student.

УДК 007:51

DOI 10.18522/2311-3103-2024-4-40-49

Ф.А. Хуссейн

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАЧ В МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМАХ*

Проводится анализ задачи мульти-коммивояжера, которая является расширенной версией классической задачи коммивояжера. В отличие от последней, задача мульти-коммивояжера предполагает участие нескольких коммивояжеров, каждый из которых должен посетить определенное количество городов ровно один раз и вернуться в исходную точку, при этом минимизируя затраты на путешествие. Задача мульти-коммивояжера представляет значительный интерес в области оптимизации маршрутов и распределения задач между несколькими агентами. Основная цель исследования – разработка эффективного метода решения этой задачи, который сократит время выполнения и оптимизирует использование ресурсов. В рамках исследования был разработан метод, который базируется на сокращении размерности пространства решений. Данный метод позволяет более эффективно распределять нагрузку и управлять ресурсами, что в конечном итоге способствует сокращению общего времени выполнения задач. Одной из ключевых особенностей предлагаемого метода является его универсальность и адаптивность к различным сценариям, включая ситуации с различным количеством задач и коммивояжеров. Также проводилось исследование предложенного метода с точки зрения влияния его гиперпараметров (коэффициент испарения феромона, количество итераций, количество муравьев) на качества решения и время расчета. Для оценки эффективности предлагаемого метода было проведено сравнительное исследование с использованием классического метода решения задачи мульти-коммивояжера. Оценка результатов проводилась по трем основным критериям: время вычислений для решения задачи мульти-коммивояжера, суммарная длина пройденных маршрутов и максимальная длина маршрута среди всех коммивояжеров. Анализ экспериментальных данных показал, что разработанный метод значительно превосходит классический по всем ключевым показателям. В частности, среднее время вычислений для решения задачи мульти-коммивояжера уменьшилось на 52% по сравнению с лучшими известными классическими результатами. Кроме того, средняя суммарная длина пройденных маршрутов уменьшилась на 12%, а максимальная длина маршрута (показатель дисбаланса нагрузки) снизилась на 14%. Эти результаты подтверждают высокую эффективность предложенного метода и его перспективность для практического применения в различных сферах, требующих оптимизации маршрутов и распределения задач между несколькими исполнителями.

Задача мульти коммивояжера; распределение задач; целераспределение; мультиагентные системы; централизованное управление; групповое управление.

F.A. Houssein

DEVELOPMENT AND STUDY OF A CENTRALIZED TASK ALLOCATION METHOD IN MULTI-AGENT SYSTEMS

This study provides a comprehensive analysis of the multi-traveling salesman problem, which is an extended version of the classical traveling salesman problem. In contrast to the latter, the multi-traveling salesman problem involves the participation of several traveling salesmen, each of whom must visit a certain number of cities exactly once and return to the starting point, while minimizing travel costs. The mul-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке фонда содействия инновациям в рамках выполнения программы «УМНИК» по договору № 19041ГУ/2023 от 21.02.2024».