

Никашина Полина Олеговна – Южный федеральный университет; e-mail: nikashina@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79381453823; кафедра информационно-аналитических систем безопасности имени профессора Берштейна Леонида Самойловича; аспирант.

Nikashina Polina Olegovna – Southern Federal University; e-mail: nikashina@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79381453823; the department of Information and Analytical Security Systems named after Professor Bershtein Leonid Samoylovich; graduate student.

УДК 007:51

DOI 10.18522/2311-3103-2024-4-40-49

Ф.А. Хуссейн**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАЧ В МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМАХ***

Проводится анализ задачи мульти-коммивояжера, которая является расширенной версией классической задачи коммивояжера. В отличие от последней, задача мульти-коммивояжера предполагает участие нескольких коммивояжеров, каждый из которых должен посетить определенное количество городов ровно один раз и вернуться в исходную точку, при этом минимизируя затраты на путешествие. Задача мульти-коммивояжера представляет значительный интерес в области оптимизации маршрутов и распределения задач между несколькими агентами. Основная цель исследования – разработка эффективного метода решения этой задачи, который сократит время выполнения и оптимизирует использование ресурсов. В рамках исследования был разработан метод, который базируется на сокращении размерности пространства решений. Данный метод позволяет более эффективно распределять нагрузку и управлять ресурсами, что в конечном итоге способствует сокращению общего времени выполнения задач. Одной из ключевых особенностей предлагаемого метода является его универсальность и адаптивность к различным сценариям, включая ситуации с различным количеством задач и коммивояжеров. Также проводилось исследование предложенного метода с точки зрения влияния его гиперпараметров (коэффициент испарения феромона, количество итерации, количество муравьёв) на качества решения и время расчета. Для оценки эффективности предлагаемого метода было проведено сравнительное исследование с использованием классического метода решения задачи мульти-коммивояжера. Оценка результатов проводилась по трем основным критериям: время вычислений для решения задачи мульти-коммивояжера, суммарная длина пройденных маршрутов и максимальная длина маршрута среди всех коммивояжеров. Анализ экспериментальных данных показал, что разработанный метод значительно превосходит классический по всем ключевым показателям. В частности, среднее время вычислений для решения задачи мульти-коммивояжера уменьшилось на 52% по сравнению с лучшими известными классическими результатами. Кроме того, средняя суммарная длина пройденных маршрутов уменьшилась на 12%, а максимальная длина маршрута (показатель дисбаланса нагрузки) снизилась на 14%. Эти результаты подтверждают высокую эффективность предложенного метода и его перспективность для практического применения в различных сферах, требующих оптимизации маршрутов и распределения задач между несколькими исполнителями.

Задача мульти коммивояжера; распределение задач; целераспределение; мультиагентные системы; централизованное управление; групповое управление.

F.A. Houssein**DEVELOPMENT AND STUDY OF A CENTRALIZED TASK ALLOCATION METHOD IN MULTI-AGENT SYSTEMS**

This study provides a comprehensive analysis of the multi-traveling salesman problem, which is an extended version of the classical traveling salesman problem. In contrast to the latter, the multi-traveling salesman problem involves the participation of several traveling salesmen, each of whom must visit a certain number of cities exactly once and return to the starting point, while minimizing travel costs. The mul-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке фонда содействия инновациям в рамках выполнения программы «УМНИК» по договору № 19041ГУ/2023 от 21.02.2024».

ti-traveling salesman problem is of significant interest in the field of route optimization and task distribution among multiple agents. The main goal of the research is to develop an effective method for solving this problem, which will reduce execution time and optimize the use of resources. As part of the study, an innovative method was developed, which is based on reducing the dimension of the solution space. This method allows you to more effectively distribute the load and manage resources, which ultimately helps reduce the overall time to complete tasks. One of the key features of the proposed method is its versatility and adaptability to various scenarios, including situations with varying numbers of tasks and traveling salespeople. A detailed study of the proposed method was also carried out from the point of view of the influence of its hyperparameters (pheromone evaporation coefficient, number of iterations, number of ants) on the quality of the solution and calculation time. To evaluate the effectiveness of the new method, a comparative study was conducted using the classical method for solving the multi-traveling salesman problem. The results were assessed according to three main criteria: the computation time for solving the multi-traveling salesman problem, the total length of the routes traveled, and the maximum route length among all traveling salesmen. Analysis of experimental data showed that the developed method significantly exceeds the classical one in all key indicators. These results confirm the high efficiency of the proposed method and its promise for practical application in various fields that require optimizing routes and distributing tasks among several performers. Thus, the study demonstrates that the developed method has significant potential for improving routing and resource allocation processes. Its application can significantly increase efficiency in various areas where coordination of the work of several agents is necessary, such as logistics, transport systems and other areas related to route optimization.

Multi traveling salesman problem; task distribution; target distribution; multi-agent systems; centralized management; group management.

Введение. Суть целераспределения является сопоставление задач агентам таким образом, чтобы минимизировать конфликты и максимизировать общее качество выполнения. Каждая задача должна быть назначена не более чем одному агенту, и каждый агент может выполнить не более определенного числа задач. Распределение считается завершенным после назначения определенного минимального числа задач. Глобальная целевая функция зависит от локальных функций, которые отражают задачи, стоящие перед каждым агентом.

Когда каждый агент должен выполнить несколько задач, возникает проблема оптимального распределения задач между агентами, а также определения оптимальной последовательности выполнения задач для каждого агента. Эта проблема эквивалентна задаче множественного коммивояжера, где целью является минимизация суммарного расстояния, пройденного всеми коммивояжерами, и/или максимального расстояния, пройденного одним из коммивояжеров.

Существуют различные подходы к организации распределения задач, которые могут быть классифицированы в соответствии с организационной парадигмой командной работы. Эта парадигма определяет структуру и взаимодействие между многочисленными агентами в системе, а также их конкретные роли. В литературе выделяются две основные организационные парадигмы: централизованная и децентрализованная.

Децентрализованная парадигма в многоагентных системах представляет собой процесс распределения административных задач и полномочий между агентами без централизованного контроля. В такой конфигурации каждый агент действует независимо, принимая решения на основе своей локальной информации, без учета других агентов. Однако иногда требуется обмен информацией между агентами для эффективного выполнения общей миссии.

Существует множество децентрализованных подходов к решению задачи распределения. Например, в работе [1] предложена децентрализованная реализация венгерского метода, а в [2] представлены алгоритмы аукционов на основе консенсуса для решения этой задачи. Также существуют децентрализованные методы, основанные на эволюционных вычислениях, как описано в [3], а также иерархический рыночный подход, предложенный в [4].

Однако у децентрализованных систем есть свои ограничения. Например, они часто страдают от отсутствия глобальной перспективы, что может привести к неоптимальным решениям. Агенты принимают решения, исходя из локальной информации, что может

снизить эффективность распределения задач. Кроме того, частая связь между агентами для обмена информацией и координации может привести к увеличению сетевого трафика и задержкам, особенно в крупномасштабных системах.

Для преодоления ограничений, связанных с децентрализованными подходами к распределению задач, часто применяют централизованные подходы. В таких системах каждый агент поддерживает связь с центральным агентом, который координирует распределение задач между агентами. Это означает, что агенты отправляют всю свою информацию центральному агенту, который затем анализирует её и отправляет инструкции каждому агенту для выполнения задач.

Основное преимущество централизованного подхода заключается в том, что он позволяет избежать дублирования усилий и ресурсов, а также экономит затраты и время. В то же время, несмотря на то, что централизованные системы широко представлены в литературе, они могут столкнуться с ограничениями масштабируемости. Управление распределением и координацией ресурсов для большого числа агентов может быть сложным и ресурсоемким, что может привести к проблемам с производительностью и масштабируемостью.

Централизованный подход является одним из наиболее широко рассматриваемых в литературе подходов к решению проблем распределения задач. Однако важно учитывать его ограничения, особенно при увеличении количества агентов или задач, чтобы избежать потенциальных проблем с производительностью и масштабируемостью. Для этого предлагается новый метод решения задачи целераспределения на основе уменьшения размера пространство решений.

Задача коммивояжера (Travelling Salesman Problem, TSP) является классической NP-трудной задачей комбинаторной оптимизации [5]. Она формулируется следующим образом: имея список городов и расстояния между каждой парой городов, необходимо найти кратчайший маршрут, который позволяет посетить каждый город ровно один раз и вернуться в исходный город. В отличие от широко исследуемой задачи коммивояжера, задача мульти-коммивояжеров (Multiple Travelling Salesmen Problem, MTSP) не привлекает столько внимания и не так интенсивно изучается. В MTSP несколько коммивояжеров должны посетить заданное количество городов ровно один раз и вернуться в исходную точку с минимальными затратами на поездку. MTSP тесно связана с другими задачами оптимизации, такими как проблема маршрутизации транспортных средств (Vehicle Routing Problem, VRP) [6] и проблема назначения задач [7]. Фактически, MTSP является упрощенной версией VRP, не учитывающей вместимость транспортных средств и требования клиентов. Тем не менее, MTSP можно использовать для моделирования многих реальных приложений, таких как производство и распространение газет [8, 9], планирование горячей прокатки [10, 11], планирование работы причальных кранов [12], и военные поисково-спасательные операции [13]. Поскольку MTSP является NP-полной задачей [14], поиск эффективных методов и разработка оптимальных алгоритмов для ее решения имеют большое практическое значение.

В последние годы интеллектуальные вычислительные технологии привлекают все больше внимания исследователей. Многие из этих технологий вдохновлены природными явлениями и пытаются использовать преимущества различных аспектов поведения живых организмов на разных уровнях их организации.

Харрат и коллеги [15] предложили гибридный алгоритм AC2OptGA для решения задачи MTSP, комбинируя генетический алгоритм (GA) и муравьиный алгоритм. В этом алгоритме муравьиная колония генерировала решения, а GA улучшал их. Гомес и соавторы [16] применили GA для задачи выбора маршрута транспортных средств (VRP) с целью оптимизации ежедневных маршрутов работников компании в Ковильяне, Португалия, минимизируя стоимость и расстояние.

Акбай и Калайчи [17] разработали решение на основе алгоритма поиска переменных окрестностей для задачи MTSP с учетом сбалансированной стоимости. Они использовали 22 набора данных разных масштабов для своих вычислений. Муньос-Эррера и

Сучан [18] исследовали фитнес-ландшафт (FLA) для задач MTSP и CVRP, предложив новую меру FLA для анализа структуры фитнес-ландшафта и взаимосвязей с производительностью алгоритмов.

Сюй и Чжан [19] реализовали гибридный алгоритм сбалансированного MTSP, основанный на генетических алгоритмах и методе локального поиска (two-opt). Хуфи и коллеги [20] провели обзор литературы по задачам оптимизации траектории беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), связанным с задачами коммивояжера и VRP, предоставив обзор методов и показателей производительности.

Перейра и соавторы [21] разработали гибридный алгоритм GABC-LS для решения минимального MTSP, сочетая генетический алгоритм, пчелиный алгоритм и два метода локального поиска (move1-inside и two-opt).

Методика решения задач, основанная на поведении муравьев при поиске пищи (оптимизация колонии муравьев – ACO), доказала свою эффективность в различных задачах оптимизации [22, 23]. Оригинальный ACO был модифицирован для применения в разных областях, таких как задачи назначения, раскраска графов, планирование, проектирование схем, сети связи, биоинформатика и маршрутизация транспортных средств. Были разработаны расширения ACO, такие как элитарная AS [24], Ant-Q [25], Ant Colony System [26], ранговая AS [27], популяционная ACO [28] и другие.

Объём пространства решений задачи MTSP с n городами и m коммивояжёрами можно вычислить с помощью числа Лаха. Это коэффициент, который выражает возрастающие факториалы через падающие факториалы и наоборот. Числа Лаха были открыты Иво Лахом в 1954 году [29]. В комбинаторике беззнаковые числа Лаха имеют важное значение: они подсчитывают количество способов разделения множества из n элементов на m непустых линейно упорядоченных подмножеств. Беззнаковые числа Лаха рассчитываются по следующей формуле:

$$L(n, m) = \binom{n!}{m!}^2 * \frac{m}{n(n-m)!} \quad (1)$$

Предложенный метод. Предложенный метод реализуется в несколько этапов:

Шаг 1: Первоначально решается задача коммивояжера, где предполагается, что количество агентов равно одному. Это позволяет определить оптимальный маршрут, который должен пройти один агент, чтобы посетить все задачи и вернуться в начальную точку.

Шаг 2: После решения задачи коммивояжера получается оптимальная последовательность выполнения задач. Эта последовательность затем разделяется между несколькими агентами, стараясь распределить задачи между ними как можно более равномерно.

Шаг 3: Далее происходит комбинаторный процесс выбора оптимальных первых и последних задач для каждого агента. Это позволяет определить начальную и конечную точки маршрута для каждого агента таким образом, чтобы минимизировать общее время выполнения всех задач.

Таким образом, этот метод включает в себя два основных алгоритма:

- ◆ Алгоритм решения задачи коммивояжера, который позволяет определить оптимальный маршрут для посещения всех задач и возврата в начальную точку одному агенту.
- ◆ Алгоритм разделения решения задачи коммивояжера на несколько агентов, который распределяет полученный оптимальный маршрут между несколькими агентами, стараясь добиться равномерного распределения задач и оптимального использования ресурсов.

В качестве алгоритма решения задачи коммивояжера был выбран муравьиный алгоритм – это метаэвристический алгоритм оптимизации, вдохновленный поведением муравьев при поиске пищи. Он используется для решения задачи коммивояжера (TSP) и других задач комбинаторной оптимизации.

Основные шаги муравьиного алгоритма:

1. Инициализация феромонов: Начальные уровни феромонов на ребрах графа устанавливаются на некоторое начальное значение.
2. Выбор маршрутов: Каждый муравей выбирает следующий город для посещения, используя вероятностный метод, основанный на феромонах и эвристических информациях (например, расстояния между городами).
3. Обновление феромонов: После того как все муравьи завершили построение своих маршрутов, феромоны обновляются на основе эффективности маршрутов. Обычно феромоны усиливаются на кратчайших маршрутах, по которым прошли муравьи, а также испаряются с течением времени.
4. Повторение процесса: Шаги 2 и 3 повторяются некоторое количество раз или до достижения критерия останова.
5. Выбор лучшего решения: По завершении всех итераций выбирается лучший найденный маршрут.

Муравьиный алгоритм эффективно исследует пространство решений и обладает свойством самоорганизации благодаря обратной связи через феромоны. Он позволяет избежать застревания в локальных оптимумах и находить приближенно оптимальные решения для задачи TSP и других комбинаторных задач.

После нахождения оптимального пути для задачи TSP необходимо разделить его между агентами для решения задачи MTSP. Этот процесс начинается с формирования матрицы расстояний между всеми городами, включая промежуточные города по маршруту.

Затем рассчитывается примерная длина маршрута (d^*), которую каждый агент должен пройти. Путем перебора городов первого агента находится такой город, расстояние до которого на кусочно-ломаной траектории максимально близко к d^* . Эти города становятся центрами для каждого агента.

Далее каждый следующий агент выбирает город, следующий за последним городом предыдущего агента, и этот процесс повторяется до тех пор, пока не будут назначены все агенты. Затем рассчитывается и сохраняется сумма длин маршрутов для всех агентов.

Начальный город первого агента изменяется с целью проверки всех возможных решений, после чего сохраняется решение с наименьшей суммой пройденных расстояний.

Таким образом, этот подход минимизирует суммарное расстояние, пройденное всеми агентами, за счет оптимизации решения задачи TSP и равномерного деления маршрута TSP на сегменты одинаковой длины для каждого агента. Размер пространства возможных решений составляет $(n-1)! + n-1$, где n - количество городов в задаче MTSP.

Исследования гиперпараметров алгоритма. Предложенный метод решения задачи MTSP основан на подходе, который использует решение задачи TSP с применением муравьиного алгоритма. Эффективность найденного решения и время его вычисления зависят от настройки набора гиперпараметров муравьиного алгоритма, таких как количество итераций, количество муравьев и коэффициент испарения феромона. Для того чтобы проанализировать влияние изменения значений этих гиперпараметров на оптимальность решения, было проведено исследование. Для этого исследования были выбраны две эталонные задачи TSP: *eil51* и *kr0A100*.

Для исследования влияния коэффициента испарения феромона проведен следующий подход: фиксировались значения количества итераций и количества муравьев, и изменялись значения коэффициента испарения феромона. Каждый набор гиперпараметров повторялся 10 раз для получения статистики. Количество итераций составило 100, количество муравьев составило 80. Эксперименты проводились с различными значениями коэффициента испарения феромона в интервале от 0.05 до 0.95 с шагом 0.05. На рис. 1 изображено изменение качества решения задачи TSP при различных значениях коэффициента испарения феромона. Рис. 2 показывает время вычисления решения задачи TSP при различных значениях коэффициента испарения феромона.

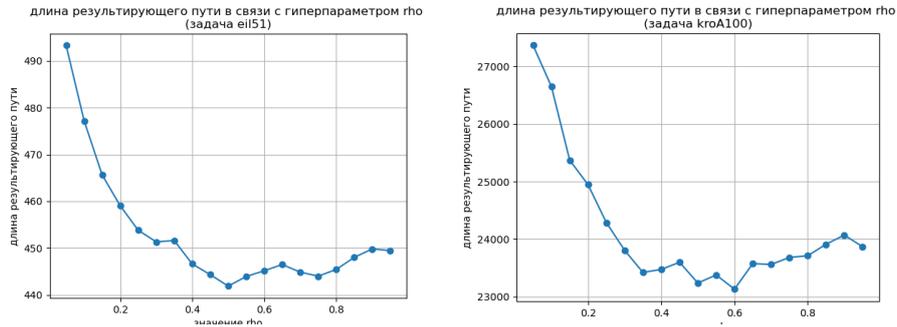


Рис. 1. Изменение качество решения при разных значениях коэффициента rho

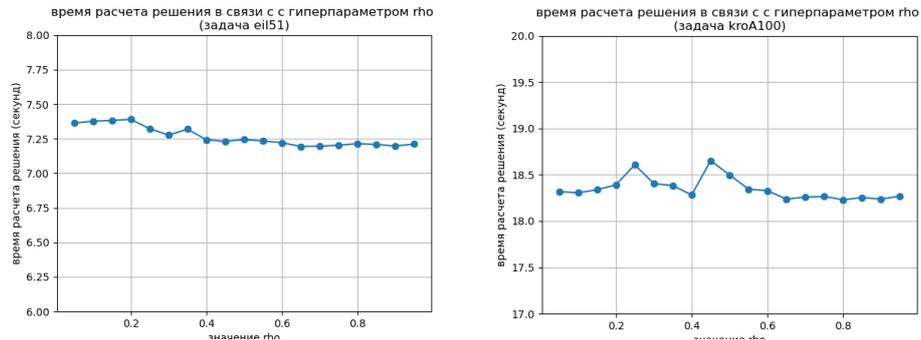


Рис. 2. Время расчета решения при разных значениях коэффициента rho

Обнаружено, что качество решения улучшается при использовании коэффициента испарения феромона (ρ) в диапазоне от 0.4 до 0.6. Этот результат объясняется тем, что небольшие значения ρ приводят к накоплению феромона, что увеличивает вероятность застраивания в локальных минимумах. С другой стороны, большие значения ρ приводят к быстрому испарению феромона, что снижает его влияние на процесс поиска оптимального пути. Также отмечено, что изменения параметра ρ практически не влияют на время вычисления решения.

Для изучения влияния количества итераций был проведен следующий подход: значения коэффициента испарения феромона и количество муравьев фиксировались, а количество итераций изменялось. Каждый набор гиперпараметров повторялся 10 раз для получения статистики. Коэффициент испарения феромона составил 0.5, количество муравьев составило 40. Эксперименты проводились с разными значениями количества итераций в интервале от 50 до 500 с шагом 25. На рис. 3 изображено изменение качества решения задачи TSP при различных значениях количества итераций. Рис. 4 демонстрирует время вычисления решения задачи TSP при различных значениях количества итераций.

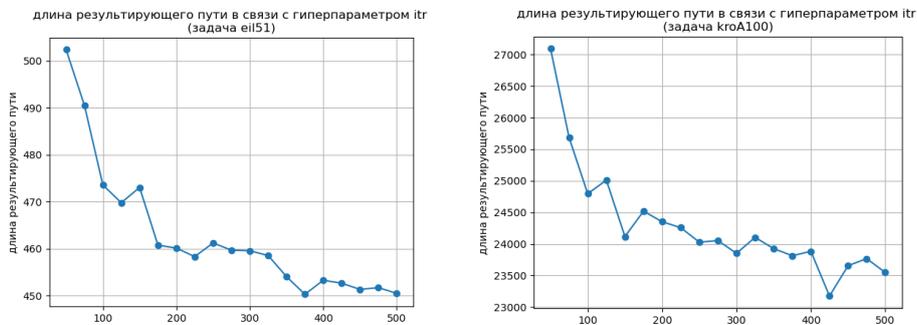


Рис. 3. Изменение качество решения при разных значениях параметра itr

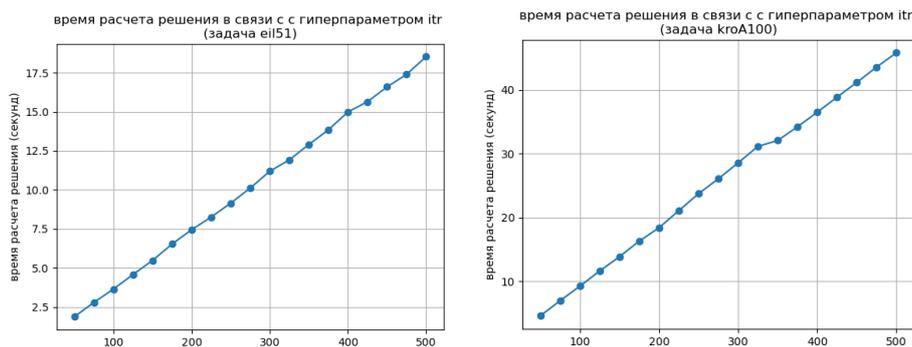


Рис. 4. Время расчета решения при разных значениях параметра itr

Обнаружено, что качество решения улучшается при использовании значения количества итераций (itr) в диапазоне от 350 до 450. Этот результат объясняется тем, что маленькие значения параметра недостаточно для обеспечения нахождения оптимального решения, а большие значения могут привести к большей вероятности застраивания в локальных минимумах. Также замечено, что увеличение значения параметра itr линейно приводит к увеличению времени вычисления решения.

Для изучения влияния количества муравьев был применен следующий подход: значения количества итераций и коэффициента испарения феромона фиксировались, а количество муравьев изменялось. Каждый набор гиперпараметров повторялся 10 раз для получения статистики. Количество итераций составило 100, коэффициент испарения феромона составил 0.5. Эксперименты проводились с разными значениями количества муравьев в диапазоне от 20 до 100 с шагом 10. На рис. 5 представлено изменение качества решения задачи TSP при различных значениях количества муравьев. Рис. 6 демонстрирует время вычисления решения задачи TSP при различных значениях количества муравьев.

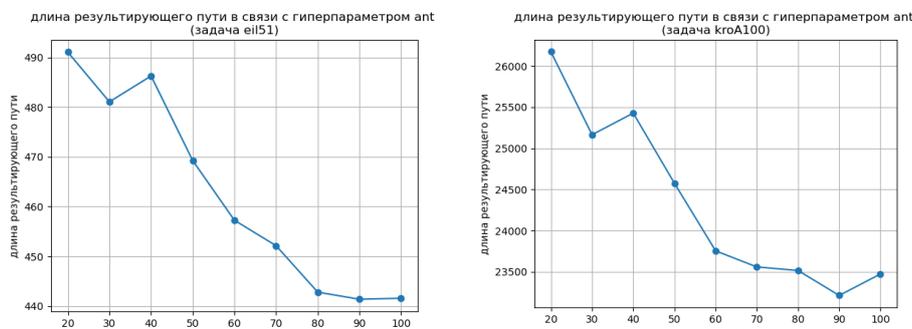


Рис. 5. Изменение качество решения при разных значениях параметра ant

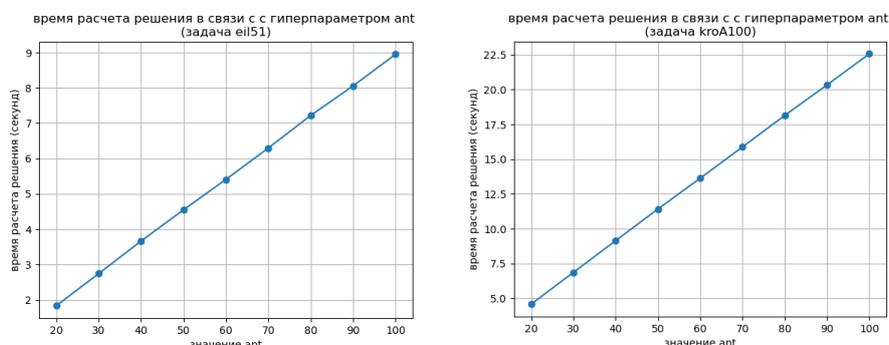


Рис. 6. Время расчета решения при разных значениях параметра ant

Обнаружено, что качество решения улучшается при использовании значения количества муравьев (*ant*) в диапазоне от 80 до 100. Этот результат объясняется тем, что маленькие значения параметра не достаточны для обеспечения нахождения оптимального решения, в то время как большие значения могут привести к большей вероятности застревания в локальных минимумах. Также замечено, что увеличение параметра *ant* линейно приводит к увеличению времени вычисления решения.

Подбор оптимального набора гиперпараметров. Для определения оптимальных значений гиперпараметров, которые были рассмотрены в предыдущем разделе, необходимо проверить все их комбинации. Однако, учитывая вычислительную сложность такой задачи, целесообразно сократить размер пространства исследования путем выбора значений гиперпараметров из предварительно определенных диапазонов. Таким образом, были выбраны значения гиперпараметров: коэффициент испарения феромона (*rho*) в диапазоне [0.4, 0.6], количество итераций (*itr*) в диапазоне [350, 450], количество муравьев (*ant*) в диапазоне [80, 100]. Для исследования использовалась эталонная задача *eil51*. Каждый эксперимент с набором гиперпараметров был проведен 10 раз для получения статистики.

После изучения различных комбинаций гиперпараметров для решения задачи коммивояжера был найден оптимальный набор значений: количество итераций (*itr*) составляет 350, количество муравьев (*ant*) - 80, а коэффициент испарения феромона (*rho*) установлен на уровне 0.4.

Ограничения на применения предложенного метода. Пространство решений для предложенного метода можно оценить, как $(n-1)! + n-1$, где *n* – количество городов в задаче MTSP. Однако для традиционных методов объем пространства решений зависит от количества коммивояжеров, что приводит к уменьшению объема пространства при увеличении числа коммивояжеров. Следовательно, существуют случаи, когда использование традиционных методов становится целесообразным. Для определения этих случаев мы используем неравенство (2):

$$\begin{aligned} \left(\frac{n!}{m!}\right)^2 * \frac{m}{n(n-m)!} &< (n-1)! + n-1 \\ \Rightarrow \frac{n!(n-2)!}{(n-2)! + 1} &< m!(m-1)!(n-m)! \end{aligned} \quad (2)$$

Чтобы найти наибольшее значение *m*, удовлетворяющее этому неравенству, нужно задать значение *n*. Однако точно найти наибольшее *m* для заданного *n* может быть сложно из-за сложности факториалов. Численным методом было установлено, что для задачи *eil51* количество коммивояжеров не должно превышать 16. Таким образом, можно определить количество коммивояжеров, при котором использование предложенного метода для решения задачи мульти коммивояжера оправдано, используя неравенство (2).

Результаты и сравнения. Для сравнения используется алгоритм ACO-BMTSP [30], который, как и предложенный метод, базируется на муравьином алгоритме. Оба алгоритма были реализованы на языке программирования Python. Для исследования были подготовлены три эталонные задачи *Eil51*, *KroA100* и *KroA150* с 51, 100 и 150 городами последовательно. Для каждой из этих задач были установлены три сценария с 3, 5 и 10 агентами. Каждый сценарий запускался по 100 раз для сбора статистических данных. Критерии оценки результатов включают:

- ◆ время расчета решения;
- ◆ суммарную длину пройденных агентами путей;
- ◆ максимальную длину пути среди всех маршрутов, пройденных агентами.

В табл. 1 выражены преимущества предлагаемого метода в процентах по каждому из критериев оценки, которые рассчитывались следующим образом:

$$advantage_{\%} = \left(1 - \frac{criterion_{proposed}}{criterion_{ACO-BMTSP}}\right) * 100. \quad (3)$$

где *advantage*_% – преимущества в процентах, *criterion*_{proposed} – среднее среди 100 экспериментов значения заданного критерия для предлагаемого метода, *criterion*_{ACO-BMTSP} – среднее среди 100 экспериментов значения заданного критерия для алгоритма ACO-BMTSP.

Таблица 1

Средний выигрыш в процентах по времени (avg_{time}), суммы длины маршрутов (avg_{sum}), максимальный по длине маршрут среди всех агентов (avg_{max}) при использовании предложенного метода для сценариев eil51, KroA100 и KroA150

Задача	Eil51			KroA100			KroA150		
	3	5	10	3	5	10	3	5	10
Кол. агентов	3	5	10	3	5	10	3	5	10
avg_{time} (%)	48.26	49.19	41.06	52.78	54.34	47.81	67.27	55.19	49.19
avg_{sum} (%)	6.07	4.84	2.36	12.57	11.58	12.89	19.15	18.62	16.42
avg_{max} (%)	9.22	10.9	9.39	14.22	12.78	13.31	20.25	18.67	17.18

Сравнительный анализ в итоге продемонстрировал, что применение предложенного метода обеспечивает следующие преимущества:

- а) время расчета решения задачи MTSP сокращается в среднем на 52%;
- б) общая длина пройденного пути уменьшается в среднем на 12%;
- в) максимальная длина маршрута среди всех пройденных агентами (неравномерность нагрузки) сокращается в среднем на 14%.

Заключение. В данной работе проводилось исследование методов решения задачи мульти-коммивояжера, и был предложен новый метод, основанный на уменьшении размера пространства решений. Сравнительный анализ показал, что при использовании предложенного метода в среднем:

- ◆ Время расчета решения задачи мульти-коммивояжера сокращается на 52%.
- ◆ Общая длина пути уменьшается на 12%.
- ◆ Дисбаланс нагрузки уменьшается на 14%.

Также проводилось детальное исследование предложенного метода с точки зрения влияния его гиперпараметров (коэффициент испарения феромона, количество итераций, количество муравьев) на качество решения и время расчета. Оптимальные значения гиперпараметров были определены: коэффициент испарения феромона = 0.4, количество итераций = 350, количество муравьев = 80. Были также выявлены ситуации, когда целесообразно использовать традиционные методы решения задачи мульти-коммивояжера. Для задач с 51 городом и 16 или менее коммивояжерами предпочтительнее использовать предложенный метод.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Giordani S., Lujak M., Martinelli F. A distributed algorithm for the multi-robot task allocation problem, *Trends Applied Intelligent System*. Springer, 2010, pp. 721-730.
2. Han-Lim C., Brunet L., How J. Consensus-based decentralized auctions for robust task allocation, *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, pp. 912-926.
3. Ping-an G., Zi-xing C., Ling-li Y. Evolutionary computation approach to decentralized multi-robot task allocation, *International Conference on Natural Computation (ICNC)*, 2009, pp. 415-419
4. Khamis A.M., Elmogy A.M., Karray F.O. Complex task allocation in mobile surveillance systems, *J. Intell. Robot. Syst.*, 2011, 64, pp. 33-55.
5. Gutin G., Punnen A.P. The Traveling Salesman Problem and its Variations. – Springer, Boston, 2007.
6. Braekers K., Ramaekers K., Nieuwenhuysse I. The vehicle routing problem: State of the art classification and review, *Comput. Ind. Eng.*, 99.
7. Oncan T. A survey of the generalized assignment problem and its applications, *Infor*, 2007, 45, pp. 123-141.
8. Van Buer M.G., Woodru D.L., Olson R.T. Solving the medium newspaper production/distribution problem, *European Journal of Operational Research*, 1999, 115, pp. 237-253.
9. Carter A.E., Ragsdale C.T. Scheduling pre-printed newspaper advertising inserts using genetic algorithms, *Omega*, 2002, pp. 415-421.
10. Kewei Huang, Dingwei Wang. Multiple traveling salesman problem and its application to hot rolling planning, *Application Research of Computers*, July 2007, 24 (7), pp. 43-46.

11. Tang L., Liu J., Ronga A., Yang Z. A multiple traveling salesman problem model for hot rolling schedule in Shanghai Baoshan Iron and Steel Complex, *European Journal of Operational Research*, 2000, 124 (2), pp. 267-282.
12. Kim K.H., Park Y.M. A crane scheduling method for port container terminals, *European Journal of Operational Research*, 2004, 156, pp. 752-768.
13. Sheldon H. Jacobson, Laura A. McLay, Shane N. Hall, Darrall Henderson, Diane E. Vaughan. Optimal search strategies using simultaneous generalized hill climbing algorithms, *Mathematical and Computer Modelling*, 2006, 43, pp. 1061-1073.
14. Evelyn C. Brown, Cliff T. Ragsdale, Arthur E. Carter. A grouping genetic algorithm for the multiple traveling salesperson problem, *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 2007, Vol. 6, No. 2, pp. 333-347.
15. Harrath Y., Salman A.F., Alqaddoumi A., Hasan H., Radhi A. A novel hybrid approach for solving the multiple traveling salesmen problem, *Arab. J. Basic Appl. Sci.*, 2019, pp. 103-112.
16. Gomes D.E., Iglésias M.I.D., Proença A.P., Lima T.M., Gaspar P.D. Applying a Genetic Algorithm to a m-TSP: Case Study of a Decision Support System for Optimizing a Beverage Logistics Vehicles Routing Problem. *Electronics*, 2021.
17. Akbay M.A., Kalayci C.B. A Variable Neighborhood Search Algorithm for Cost-Balanced Travelling Salesman Problem, *Proceedings of the Metaheuristics Summer School, Taormina, Italy, 2018*.
18. Muñoz-Herrera S.; Suchan K. Constrained Fitness Landscape Analysis of Capacitated Vehicle Routing Problems, *Entropy*, 2022, pp. 53.
19. Xu H.L., Zhang C.M. The research about balanced route MTSP based on hybrid algorithm, *Proceedings of the 2009 International Conference on Communication Software and Networks, Chengdu, China, 2009*, pp. 533-536.
20. Khoufi I., Laouiti A., Adjih C. A Survey of Recent Extended Variants of the Traveling Salesman and Vehicle Routing Problems for Unmanned Aerial Vehicles, *Drones*, 2019, pp. 66.
21. de Castro Pereira S., Solteiro Pires E.J., de Moura Oliveira P.B. A Hybrid Approach GABC-LS to Solve MTSP, *Proceedings of the Optimization, Learning Algorithms and Applications*. Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 2022, pp. 520-532.
22. Dorigo M., Birattari M., Stutzle T. Ant colony optimization, *IEEE Comput. Intell. Mag.*, 2006, pp. 28-39.
23. Zhan S.C., Xu J., Wu J. The optimal selection on the parameters of the ant colony algorithm, *Bull. Sci. Technol.*, 2003, pp. 381-386.
24. Dorigo M. Optimization, Learning and Natural Algorithms. Ph.D. Thesis, Politecnico di Milano, Milano, Italy, 1992.
25. Gambardella L.M., Dorigo M. Ant-Q: A reinforcement learning approach to the traveling salesman problem, *Machine Learning Proceedings 1995*. Elsevier: Amsterdam, The Netherlands, 1995, pp. 252-260.
26. Dorigo M., Gambardella L.M. Ant colonies for the travelling salesman problem, *Biosystems*, 1997, pp. 73-81.
27. Bullnheimer B., Hartl R., Strauss C. A New Rank Based Version of the Ant System—A Computational Study, *Cent. Eur. J. Oper. Res.*, 1999, pp. 25-38.
28. Guntsch M., Middendorf M. A population based approach for ACO, *Proceedings of the Workshops on Applications of Evolutionary Computation, Kinsale, Ireland, 3-4 April 2002*. Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2002, pp. 72-81.
29. Lah Ivo. A new kind of numbers and its application in the actuarial mathematics, *Boletim do Instituto dos Actuários Portugueses*, 1954, pp. 7-15.
30. de Castro Pereira S., Solteiro Pires E.J., de Moura Oliveira P.B. Ant-Balanced Multiple Traveling Salesmen: ACO-BMTSP, *Algorithms*, 2023, pp. 37.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.Е. Сергеев.

Хуссейн Фирас Айманович – АО «НКБ Робототехники и систем управления»; e-mail: firas94mecha@gmail.com; г. Таганрог, Россия; тел.: 89996379357; м.н.с.

Houssein Fieas Aimanovich – Joint-Stock Company “Robotics and Control Systems” e-mail: firas94mecha@gmail.com; Taganrog, Russia; phone: +79996379357; junior researcher.